* * *

DEVOIR DE CONTROLE N° 2

* * *

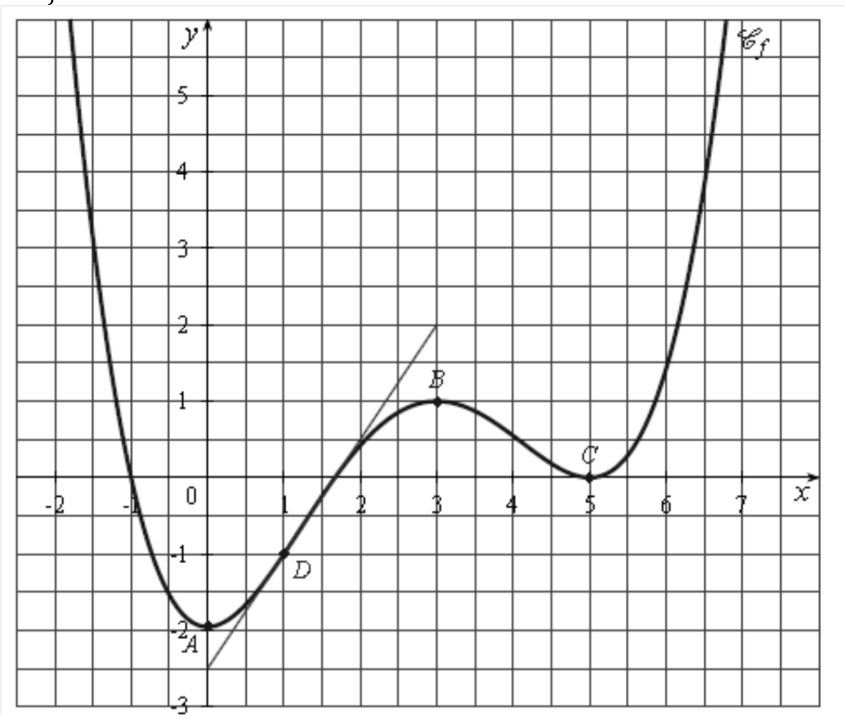
SECTIONS : $4^{\text{éme}}$ *Sciences Expérimentales* **2**
EPREUVE : *Mathématiques*
DUREE : 2 *heures*
:

<u>Exercice 1</u> : (4 pts)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Sa courbe représentative ζ_f est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère.

Les tangentes à la courbe de ζ_f aux points A, B et C sont parallèles à l'axe des abscisses.

La tangente à la courbe ζ_f au point $D(1,-1)$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $\left(0,-\frac{5}{2}\right)$.



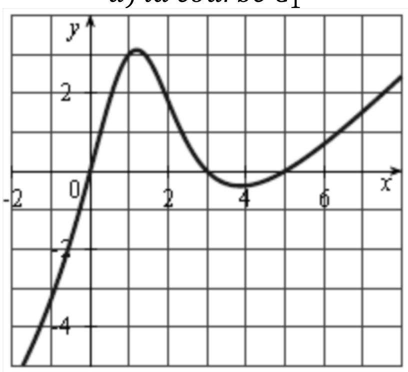
Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

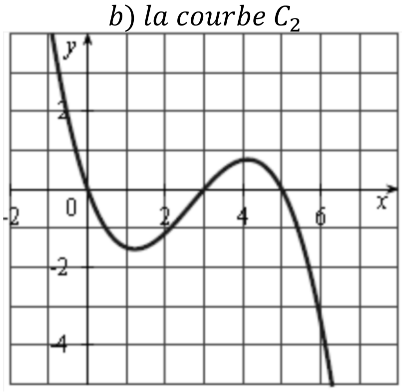
1. On note f' la dérivée de la fonction f

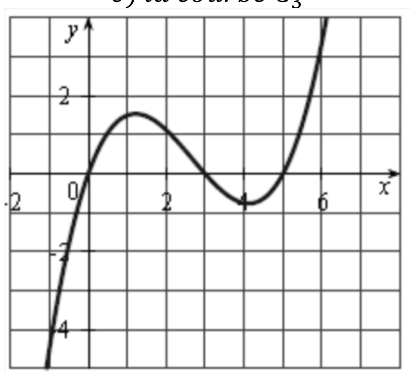
   $a)\ f'(1) = -\dfrac{5}{2}$ $\qquad b)\ f'(1) = 1$ $\qquad c)\ f'(1) = \dfrac{3}{2}$

2. La courbe représentative de la fonction f' est :

   $a)$ *la courbe* C_1 $\qquad b)$ *la courbe* C_2 $\qquad c)$ *la courbe* C_3







3. On considère la fonction g définie $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x^2)$. On note g' sa fonction dérivée.

   $a)\ g'(1) = 3$ $\qquad b)\ g'(1) = 2$ $\qquad c)\ g'(1) = \dfrac{3}{2}$

4. On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]5,+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{f(x)}$

   $a)\ \lim\limits_{x\to 5} h(x) = 0$ $\qquad b)\ \lim\limits_{x\to 5} h(x) = +\infty$ $\qquad c)\ \lim\limits_{x\to 5} h(x) = -\infty$

Exercice 2 : (5 pts)

En annexe, on donne le graphique représentant la courbe C d'une fonction f bijective de $[-1,2[$ sur $[0,+\infty[$.

La courbe C admet une asymptote verticale d'équation $x=2$.

T est la tangente à C au point $A\left(-\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f.

1. Que peut-on dire de la dérivabilité de f^{-1} à droite en 0 ?
2. Que peut-on dire de la limite de f^{-1} en $+\infty$?
3. Dresser le tableau de variation de f^{-1}
4. Justifier que A est un point d'inflexion de la courbe C
5. Tracer, sur la graphique, la courbe C 'de f^{-1}

Exercice 3 : (6 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

1)

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)^3}$

b) Etudier les variations de f .

c) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

2) On note f^{-1} la fonction réciproque de f .

a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]-1,1[$.

b) Calculer $f\,(1)$ puis calculer $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

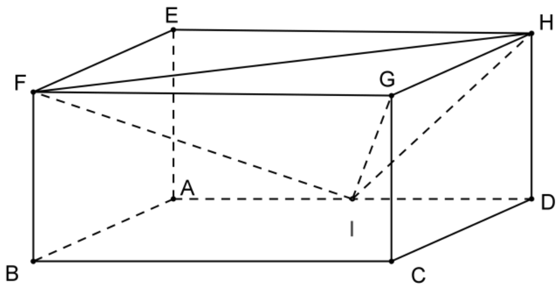
c) Montrer que l'équation : $f^{-1}(x)=0$ admet une unique solution x_0 dans $]-1,1[$ et déterminer sa valeur.

Exercice 4 : (5 pts)

Une unité de longueur étant choisie dans l'espace, on considère un parallélépipède rectangle ABCDEFGH tel que : $AB=1$, $AD=2$ et $AE=1$.

On note I le milieu de $[AD]$.

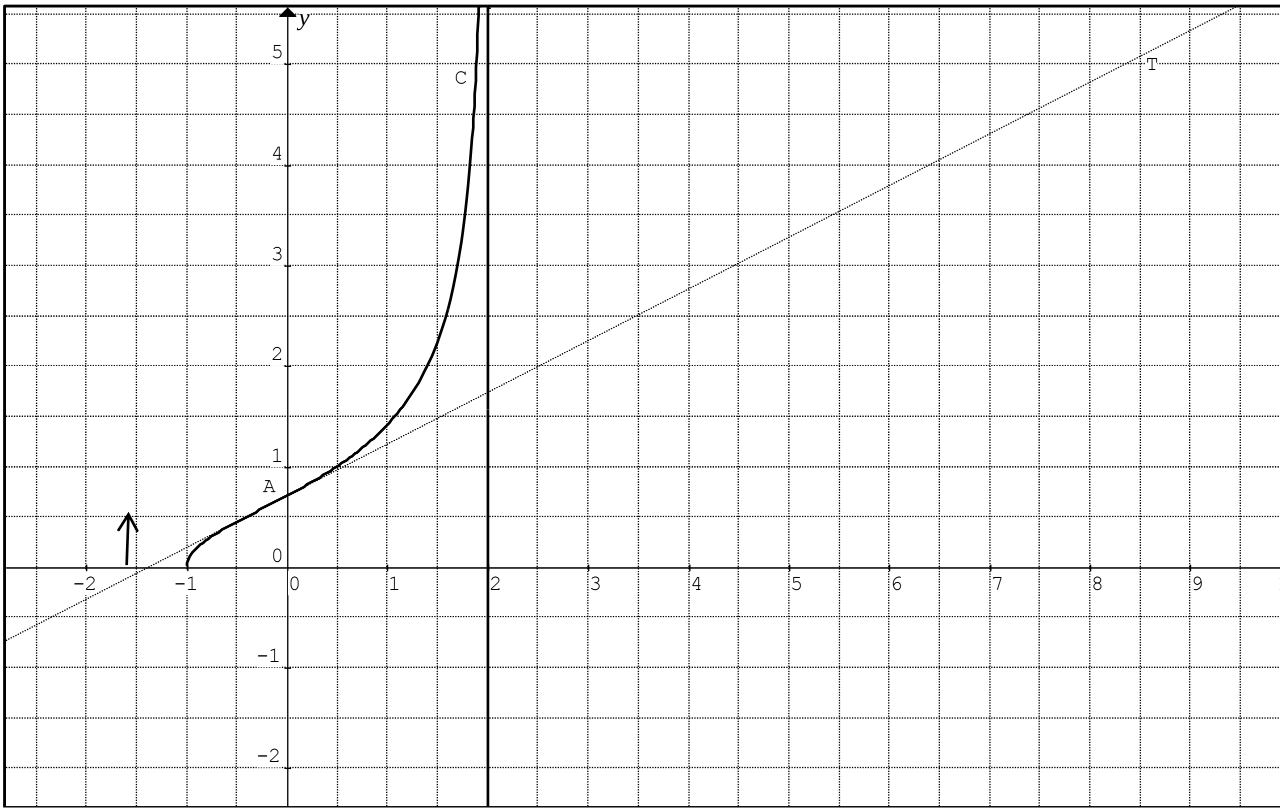
L'espace est muni du repère orthonormé $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AE})$.



1) Déterminer, dans le repère choisi, les coordonnées des points I, F, G et H.
2) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{IF}\wedge\overrightarrow{IH}$.
3) Calculer l'aire du triangle FIH.
4) Calculer le volume V du tétraèdre GFIH.
5) Calculer la distance d du point G au plan (FIH).

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

NOM : PRENOM : CLASSE : 4 Sc. Exp 2



http://afimath.jimdo.com/