

Devoir de Contrôle n° 2
Mathématiques
Durée : 2 heures

Classe : 4^{ème} Sc -Exp

Exercice n°1(3points) Cocher la bonne réponse.

-1- Si $\vec{u} \perp (\vec{v} - \vec{w})$ et $\vec{v} \perp (\vec{u} - \vec{w})$ alors :

a) $\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\vec{u} \perp \vec{w}$ b) $\vec{v} \perp \vec{w}$ c) $\vec{w} \perp (\vec{u} - \vec{v})$.

-2- Soit f définie, continue et négative sur \mathbb{R} et a un réel de l'intervalle $[0,1]$ alors :

$\int_a^{a^2} f(x)dx$ est :

a) Positive b) Négative c) Nulle

-3- On donne ci-dessous le tableau des variations d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f(x)	0	↘	0	↗	2
		-1			1

Soit $I = \int_0^2 f(x)dx$ alors I compris entre :

a) $0 \leq I \leq 1$ b) $0 \leq I \leq 4$ c) $4 \leq I \leq 6$

Exercice n°2(5points)

On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N}^* par: $U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2} dx$.

-1- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^* U_n \geq 0$.

b) Montrer que (U_n) est une suite décroissante.

c) En déduire que (U_n) est une suite convergente.

-2- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^* : U_n + U_{n+2} = \frac{1}{n+1}$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{2(n+1)} \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$.

c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n =$

Exercice n°3(6points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) .

-1- a) Montrer que pour tout réel x on a $f'(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle I que l'on précisera. Le graphique de l'annexe représente la courbe (C_f) .

d) Tracer $(C_{f^{-1}})$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

-2- Soit α l'abscisse du point d'intersection de (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ ($\alpha > 1$)

Calculer l'aire $\mathcal{A}_1(\alpha)$ de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites.

D'équations $x = \alpha$, $x = 0$ et $y = 0$

Exercice n°4(6points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(2, -1, 1)$; $B(-1, 1, -1)$ et $C(1, 2, 0)$.

-1- a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

b) En déduire que les points A ; B et C ne sont pas alignés.

c) Calculer l'aire du triangle ABC .

-2- Soit P le plan d'équation : $2x + y - 5z - 4 = 0$ et Δ la droite d'équations cartésiennes

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-2} = z - 1$$

a) Déterminer l'intersection de P et Δ .

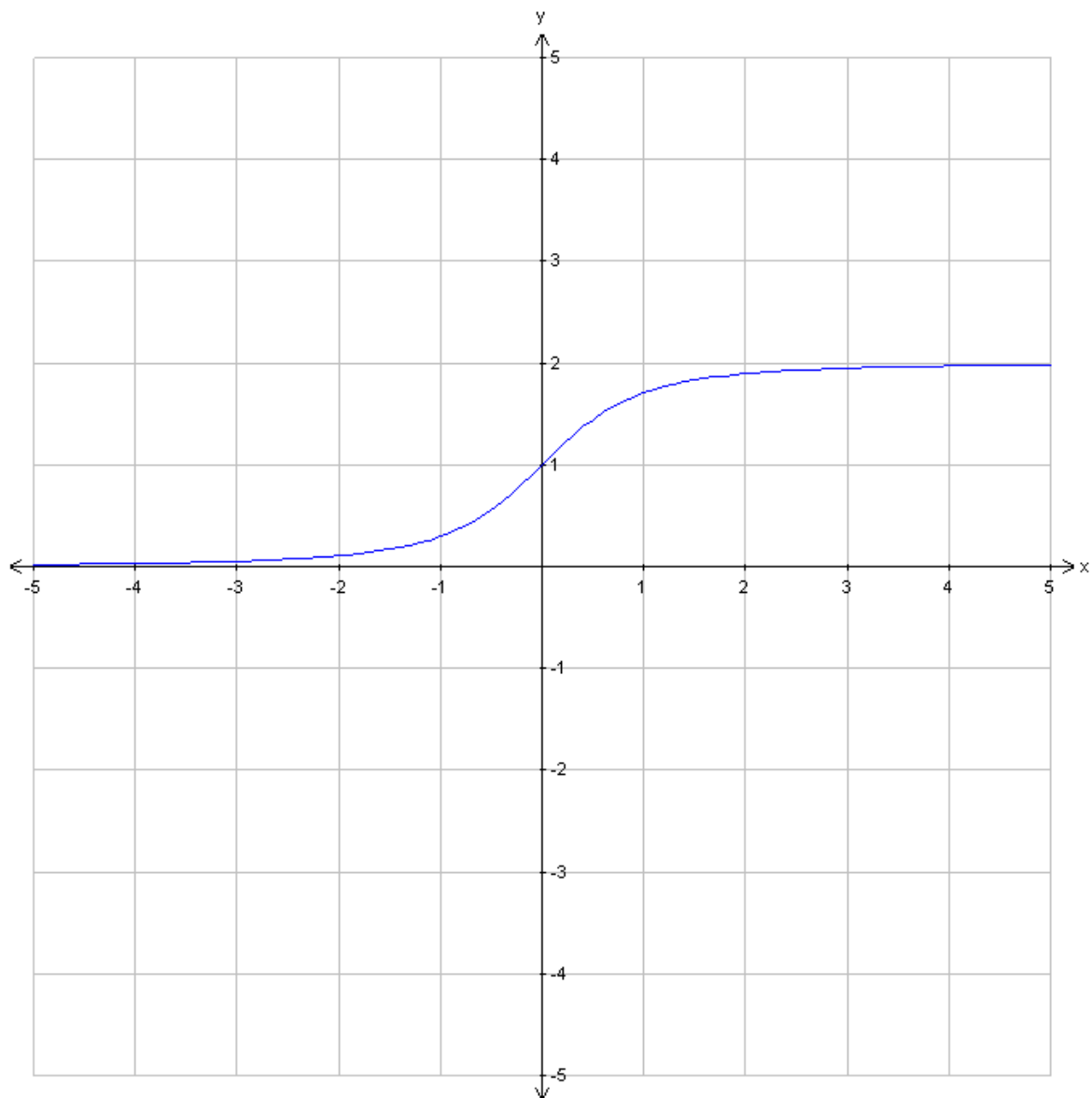
b) Vérifier que la droite (BC) est incluse dans P et que Δ passe par le point A .

-3- Soit le point $D(-2, 3, -1)$.

a) Montrer que les points A , B, C et D ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

<http://afimath.jimdo.com/>



Nom :

Prénom :

<http://afimath.jimdo.com/>