

<i>L. Regueb</i>	<i>Mathématiques</i>	<i>Classe : 4<sup>ème</sup>M</i>
<a href="http://afimath.jimdo.com/">http://afimath.jimdo.com/</a>	<i>Devoir de Contrôle N°2</i>	<i>Le : 12/02/2010</i> <i>Durée : 2h</i>

### Exercice1(4pts)

Pour chacune des propositions suivantes une et une seule réponse est correcte ; noter sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) La parabole de foyer  $F(2,0)$  et de directrice  $D : x = -2$  a pour équation :

a)  $y^2 = 4x$  ;                      b)  $x^2 = 8y$  ;                      c)  $y^2 = 8x$

2) Soit  $V$  le volume du solide obtenu par révolution autour de l'axe  $(Ox)$  du domaine compris entre l'axe des abscisses et la courbe d'équation  $y = \sqrt{R^2 - x^2}$  sur  $[-R, R]$   $R > 0$ . Alors :

a)  $V = \pi R^2$  ,                      b)  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$  ;                      c)  $V = \frac{2\pi R^2}{3}$

3) Soit  $f$  une fonction dérivable sur  $[-1, 1]$  et  $I = \int_0^1 f(t)dt + \int_0^1 t f'(t)dt$ .

a)  $I = f(1)$  ;                      b)  $I = f(1) - f(0)$  ;                      c)  $I = f(1) + f(0)$ .

4) Dans la figure ci-contre on a représenté les courbes d'équations respectives :

$y = x^2$  et  $y = 8 - x^2$ ,  $x \in [-2, 2]$ .

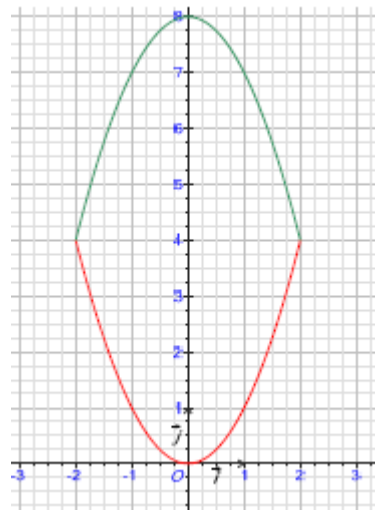
On note  $A$  l'aire en  $cm^2$  de la partie du plan comprise entre les deux courbes.

Alors :

a)  $A = 32$

b)  $A = 32 - \frac{16}{3}$

c)  $A = \frac{64}{3}$



### Exercice2(5pts)

Le plan  $P$  est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $(D)$  la droite d'équation  $y-3=0$ , le point  $F(-4,6)$  et  $(H)$  l'ensemble des points  $M$  du plan de coordonnées  $(x,y)$  tel que :  $d(M,F) = 2d(M,(D))$ .

1) Montrer qu'une équation cartésienne de  $(H)$  est :  $(H) : x^2 - 3y^2 + 8x + 12y + 16 = 0$ .

2) Préciser la nature de  $(H)$  et ses éléments caractéristiques.

3) Construire  $(H)$ .

### Exercice3(5pts)

Dans le plan orienté, on donne le triangle ABC tel que  $AB=2$  ,  $AC=1+\sqrt{5}$  et  $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

1) Soit  $S$  la similitude directe qui transforme  $B$  en  $A$  et  $A$  en  $C$ .

Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de  $S$ .

2) On appelle  $\Omega$  le centre de  $S$ . Montrer que  $\Omega$  appartient au cercle de diamètre  $[AB]$  et à la droite  $(BC)$ . Construire le point  $\Omega$ .

3) On note  $D$  l'image du point  $C$  par la similitude  $S$ .

a) Démontrer que les points  $A$  ,  $\Omega$  et  $D$  sont alignés ainsi que les droites  $(CD)$  et  $(AB)$  sont parallèles. Construire le point  $D$ .

b) Montrer que  $CD = 3 + \sqrt{5}$  .

### Exercice4(6pts)

On donne le tableau de variations d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f(0) = 0$ .

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$0$				$2$		$1$

On définit la fonction  $F$  qui, à tout réel  $x$  , associe  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ .

1) Déterminer le sens de variation de  $F$ .

2) Montrer que :  $1 \leq F(2) \leq 4$  .

3) Montrer que pour tout réel  $x \geq 1$  ,  $F(x) \geq x - 1$  . En déduire la limite de  $F$  en  $+\infty$ .

4) Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $g(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$ .

a) Dresser le tableau de variations de  $g$  .

b) Montrer que la courbe représentative de  $g$ , admet au voisinage de  $+\infty$ , une branche parabolique dont on précisera la direction.

<http://afimath.jimdo.com/>