Epreuve: Mathématiques	Devoir de contrôle n 2	Durée :2h
http://afimath.jimdo.com/	Le 08 - 02 - 2010	Classe : 4 M

EXERCICE N1 :(7 points)

Soit ABCD un rectangle tel que AB=2AD et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$, On note I=A$*$ B et $J = I * D$.

1/ Soit σ la similitude directe qui envoie D en A et A en B .

a- Déterminer le rapport et l'angle de σ .

b- Soit Ω le centre le centre de σ .Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés (B,1) et (D,4) . Construire Ω

2/ Soit S la similitude directe qui transforme B en I et I en D .

a- Déterminer le rapport et l'angle de S .

b- Soit ω le centre de S . Montrer que $(\overrightarrow{\omega B},\overrightarrow{\omega D}) \equiv -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et $\omega D = 2\omega B$ .Préciser alors ω.

3/ Soit S' la similitude directe de centre I telle que S'(D)=A .

a- Donner la forme réduite de S' .

b- Déterminer S'$\circ S(B)$. Caractériser $S' \circ S$.

4/ Soit φ la similitude indirecte de centre D qui transforme A en I .

a- Précisera le rapport de φ et construire son axe .

b- Montrer que f=$S^{-1} \circ \varphi$ est un antidéplacement dont on donnera la forme réduite .

EXERCICE N2 :(9 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{1+x}$.

1/ Etudier f et représenter la courbe (C_f) de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (unité 2cm).

2/ Soit F la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par : $F(x) = \int_0^{\tan^2 x} f(t)dt$.

a. Montrer que F est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ et que $F'(x) = 4\tan^2 x$.

b. Calculer F(0) puis exprimer $F(x)$ en fonction de x .

c. Calculer alors l'intégrale $A = \int_0^1 f(t)dt$.

3/ Déterminer en cm^2 l'aire de la partie limitée par (C_f) et les droites $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.

4/ On pose $S_n = \frac{2}{\sqrt{n}}\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\sqrt{k}}{n+k}\right)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

a. Montrer que $\forall k \in \{0,1,2,\ldots,n-1\}$ on a : $\frac{1}{n}f\left(\frac{k}{n}\right) \le \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} f(t)dt \le \frac{1}{n}f\left(\frac{k+1}{n}\right)$.

b. En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $A \le S_n \le A + \frac{1}{n}$ et que S_n est convergente et donner sa limite .

EXERCICE N3 : (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1/ Soit $(\wp)$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tel que : $x^2 - 2x - 4y + 1 = 0$. Montrer que $(\wp)$ est une parabole dont on précisera le foyer et la directrice D.

2/ a. Soit $A(3,1)$.Vérifier que $A \in (\wp)$ et écrire une équation cartésienne de la tangente à $(\wp)$ en A .

b. Tracer $(\wp)$ et T .

c. Soit A' le projeté orthogonal de A sur D . La droite T coupe l'axe focal de $(\wp)$ en B . Montrer que les droites (AF) et (BA') sont parallèles .

Bon travail