AFIF BEN ISMAIL	**Devoir de contrôle n°2-4°M**	http://afimath.jimdo.com/

Exercice n°1 : (4 points)

I-Soit f(x)= $\sqrt{1-x^2}$ définie sur [-1,1]

1- a- $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\pi}{4}$ b- $\int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4}$; c- $\int_0^1 f(x)dx = 0$

2- a- $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{\pi}{2}$ b- $\int_{-1}^1 f(x)dx = -\frac{\pi}{2}$; c- $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$

II- Dans le plan orienté, soit f = $h_{(o,-2)} \circ r_{\left(o,\frac{\pi}{3}\right)}$

a- f est une similitude directe de centre o , de rapport -2 et d'angle $\frac{\pi}{3}$

b- f est une similitude directe de centre o , de rapport 2 et d'angle $-2\frac{\pi}{3}$

c- $h_{(o,-2)} \circ r_{\left(o,\frac{\pi}{3}\right)} = r_{\left(o,\frac{\pi}{3}\right)} \circ h_{(o,-2)}$

III-Dans le plan orienté, soit f = $h_{(o,-2)} \circ s_{(\Delta)}$,o $\in (\Delta)$

a- $h_{(o,-2)} \circ s_{(\Delta)} = s_{(\Delta)} \circ h(o,-2)$

b- f est une similitude indirecte de centre o , de rapport 2 et d'axe (Δ)

c- f est une similitude indirecte de centre o , de rapport 2 et d'axe la droite perpendiculaire à (Δ) en o

Exercice n°2 : (4points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = \int_0^1 \sqrt{1+x}dx$ et $\forall n \geq 1, u_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1+x}dx$

1- Montrer que (u_n) est décroissante et qu'elle est convergente

2- Soit g(t) = $\sqrt{1+t}$, $t \in [0,1]$

a- Montrer que : $\forall t \in [0,1], 0 \leq g'(t) \leq \frac{1}{2}$ et que $\forall x \in [0,1]; 0 \leq \sqrt{2} - g(x) \leq \frac{1}{2}(1-x)$

b- En déduire : $\forall x \in [0,1], \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \leq u_n \leq \frac{\sqrt{2}}{n+1}$ .Calculer la limite de (u_n).

3- Montrer que : $\forall n \geq 1, (2n+3)u_n + 2nu_{n-1} = 4\sqrt{2}$ .Calculer u_0 et u_1

Exercice n°3 :

1°Soit la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ par $f(x)=\sqrt{1-4x^2}$.On designe par $(\mathcal{C}_f)$ la représentative de f dans un repère orthonormé .unité 4 cm

a-Vérifier que f est paire.

b- Etudier la dérivabilité de f en $\frac{1}{2}$ à gauche .Interppreter géométriquement le resultat

2°- Etudier les variations de f et tracer $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.Unité 4cm.

3° – Soit (Δ_t) la ndroite d'équation y=2(tgt)x .où t est un réel de l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

a- Déterminer en fonction de t les coordonnées des points d'intersections de $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ_t).

b- Soit (D_t) le domaine par $(\mathcal{C}_f)$, (Δ_t) et l'axe des abscisses.Hachurer (D_t) sur votre figure montrer que l'aire $A(t)$ de (D_t) est égal à $A(t) = \frac{1}{8}\sin 2t - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}\cos t} f(x)dx$

c- Montrer que A(t) est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer A'(t).

d- En déduire que :$\forall t \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[, A(t) = +\frac{1}{4}t$

e- Calculer $\lim\limits_{t\to\frac{\pi}{2}^-} A(t)$. En déduire l'aire de la partie du plan limitée par $(\mathcal{C}_f)$ et l'axe des abscisses

Exercice n°4:

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A de sens direct.

$D = S_B(A)$; O et J les milieux réspectifs des segments $[CD]$ et $[CB]$ et soit (C) le cercle de diamètre $[CD]$ Soit S la similitude directe tel que S(D)=B et S(B)=C

1- Déterminer le rapport et l'angle de S
2- Soit I le centre de S
   a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de SoS
   b- déduire que $I \in (C)$ et $IB = BC$
   c- montrer que (OB) = med [IC]
   d- préciser la nature de CADI. Placer I sur la figure.
3- a- Prouver qu'il existe un unique antidéplacement f qui transforme C en B et B en I.

   b-caractériser f
4- a- Soit g = Sof. Déterminer g(C) et g(B) et caractériser g

   b- Soit K le point de (CI) tel que CB=CK .Montrer que $CK = \frac{\sqrt{2}}{2}CI$ puis que l'axe (Δ) de g est la médiatrice de [BK].