http://afimath.jimdo.com/	Devoir de synthèse N°2	4 ème Sc.Exp-2

Exercice n°1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé R= $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(1, 1, 1), B(0, 1, -1) et C(-1, 0, 1) et le plan P : x – z +3 = 0.

1) a) Montrer que les points O, A et B déterminent un plan Q
   b) Donner une équation cartésienne du plan Q
2) Montrer que les plans P et P' : 2x – y – z = 0 sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.
3) a) Caractériser l'ensemble S d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$
   b) Montrer que $S \cap P'$ est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r.

Exercice n°2

1) Etudier les variations de la fonction f définie sur IR par f(x) = $\frac{1+x^2}{3+x^2}$
2) Soit $h(x) = x^3 - x^2 + 3x - 1$
   a) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet dans IR une unique solution x_0 .
   b) Vérifier que $1/3 < x_0 < 1$.
   c) Etudier le signe de h(x).
3) On considère la suite U définie sur IN par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = f(U_n)$
   a) Montrer par récurrence que pour tout n de IN ; $0 < U_n < x_0$
   b) Etudier la monotonie de la suite (U_n)
   c) Montrer que la suite (U_n) est convergente vers x_0.

Exercice n°3

Soit f la fonction définie par f(x) = $x - \frac{1}{e^x - 1}$.

I) 1) Dresser le tableau de variation de f.
2) a) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes obliques d'équations respectives :
   Δ : y = x et Δ' : y= x + 1
   b) Montrer que $\omega(0;1/2)$ est un centre de symétrie de (C_f).
3) Soit g la restriction de f sur $]0, +\infty[$
   a) Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur IR.
   b) En déduire que l'équation g(x) = 0, admet une unique solution α et que : $\text{Log}2 < \alpha < 1$
   c) Montrer que $f'(\alpha) = 1+\alpha+\alpha^2$
   d) Ecrire une équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse α
   e) Tracer T, Δ, Δ' et (C_f) dans un repère orthonormé R=$(o,\vec{i},\vec{j})$.(on prend α =0.8)

II) On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g et (C') sa courbe représentative dans le repère R.
1) Montrer que g^{-1} est dérivable sue IR et calculer $(g^{-1})'(0)$ en fonction de α .
2) La courbe (C') coupe (xx') en un point I, écrire la tangente T' à (C') en I.
3) Tracer (C') et T' dans le même repère R.