

AFIF BEN ISMAIL	Devoir de synthèse N°2	<a href="http://afimath.jimdo.com/">http://afimath.jimdo.com/</a>
	Mathématiques durée 3h	4 <sup>ème</sup> Sc.Exp-2 Le 08/03/2008

### **Exercice N°1 :(4pts)**

I) Cocher la bonne réponse.

1)  $\ln(e^2 \sqrt[5]{e})$  est égal a :

$2/5$

$5/2$

$11/5$

$2\sqrt{5}$

2) Soit  $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$ , l'asymptote de  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$  est :

$D:y = \ln 2$

$D:y = 1$

$D:y = 2x$

$D:y = -2x$

II) Répondre par vrai ou faux.

1) Soit  $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère orthonormé direct de l'espace. On a alors :

a)  $\vec{i} \wedge \vec{j} = -\vec{k}$

b)  $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

2) Soit A et B deux points distincts de l'espace.

a) L'ensemble des points M de l'espace tel que :  $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$  est un plan.

b) L'ensemble des points M de l'espace tel que :  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 1$  est un plan.

### **Exercice N°2 :(3pts)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, 0, \sqrt{2})$ ,  $B(-1, 0, \sqrt{2})$  et  $C(0, -1, 0)$  et  $D(0, 1, 0)$

1) a) Calculer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  et  $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}$ .

b) Que peut-on dire des points A, B, C et D ?

2) a) Déterminer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre ABCD.

b) Déterminer la hauteur du tétraèdre ABCD issue du point D.

### **Exercice N°3 :(4pts)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, 1, -1)$  et  $C(-1, 0, 1)$  et le plan  $P : x - z + 3 = 0$ .

1) a) Calculer  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$  et en déduire que les points O, A et B déterminent un plan Q

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan Q est :  $2x - y - z = 0$ .

2) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite  $\Delta$  dont on déterminera une représentation paramétrique.

b) Calculer  $d(C, \Delta)$

3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre  $I(1,0,1)$  et de rayon 1

b) Montrer que  $S \cap Q$  est un cercle dont on précisera le centre  $\omega$  et le rayon r.

**Exercice N°4 :(4pts)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $R = (o, \vec{i}, \vec{j})$

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$ . On désigne par  $(\Gamma)$  la courbe de  $f$  dans le repère  $R$ .

1) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) a) Montrer que pour tout réel  $x$  ;  $f(x) = -x + \ln(1 + e^x)$ .

b) En déduire que la courbe  $(\Gamma)$  admet au voisinage de  $(-\infty)$  une asymptote  $\Delta$  dont on précisera une équation cartésienne.

3) a) Vérifier que pour tout réel  $x$  ;  $f'(x) = \frac{-1}{1 + e^x}$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

4) On considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  de  $(\Gamma)$  d'abscisses respectives  $x_A = 0$ ,  $x_B = 1$  et  $x_C = -1$  et soit  $T_0$  la tangente à la courbe  $(\Gamma)$  au point  $A$ .

Montrer que la droite  $(BC)$  est parallèle à  $T_0$ .

5) Tracer  $\Delta$ ,  $T_0$  et  $(\Gamma)$ .

**Exercice N°5 :(5pts)**

I) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (1 - x)e^x + 1$

1) Etudier le sens de variation de  $g$ .

2) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $x_0$  et que  $x_0 \in [1.2, 1.3]$

3) Déterminer le signe de  $g(x)$ .

II) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$

On désigne par  $(C)$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $R = (o, \vec{i}, \vec{j})$

1) Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

b) Montrer que la droite  $D$  d'équation :  $y = x + 2$  est asymptote de  $(C)$ .

c) Etudier la position de  $(C)$  par rapport à  $D$ .

3) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

c) Tracer la courbe  $(C)$  ainsi que ses asymptotes.