AFIF BEN ISMAIL	Devoir de contrôle N°2	http://afimath.jimdo.com/
A.S 2007-2008	Mathématiques Durée : 2h	4 ^{éme} Sc 2 Le 20/02/2008

Exercice n°1 (3pts)

Répondre par vrai ou faux :

1) Soit A, B et C sont trois points du plan.

0.5 a) Si A, B et C sont trois points alignés alors $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

0.5 b) L'aire du triangle ABC est $\frac{1}{6} \| \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \|$

2) Soit $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé direct de l'espace. On a alors :

0.5 a) $\vec{i} \wedge \vec{k} = -\vec{j}$

0.5 b) $(\vec{i} \wedge \vec{j}).\vec{k} = 0$

3) Soit A et B deux points distincts de l'espace.

0.5 a) L'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0$ est une sphère

0.5 b) L'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est une droite.

Exercice n°2 (7pts)

L'espace (ξ) est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(3, 2, 6) , B(1, 2, 4) et C(4, -2, 5)

1 1) a - Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

0.5 b - En déduire que A, B et C définissent un plan P.

0.5 c - Vérifier que l'équation de ce plan est : 2x + y - 2z + 4 = 0.

0.5 2) a - Montrer que le triangle ABC est rectangle.

0.5 b - Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par O et perpendiculaire à P.

0.5 c - Soit K le projeté orthogonal de O sur le plan P. Calculer la distance OK.

1 d - Calculer le volume du tétraèdre OABC.

3) Soit I le point de l'espace définie par $3\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ et G le centre de gravité de ABC.

0.5 a - Montrer que I est le milieu du segment [OG].

0.5 b - Vérifier que d(I, P) = 2/3.

4) Soit S = { M de l'espace ξ vérifiant $\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 5$ }

1 a - Montrer que S est une sphère.

0.5 b - Etudier la position de S et du plan P.

Exercice n°3 (4pts)

Soit $g(x)=\tan x+(\tan x)^3$, $x\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

0.5 1) a) Dériver la fonction U : $x\mapsto \tan x$

1 b) Déterminer les primitives de g sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.

2) Soit f : $x\mapsto \dfrac{2x}{x+\sqrt{x^2-1}}$

0.5 a) Déterminer D_f .

0.5 b) Vérifier que pour tout x $\in D_f$, $f(x)=2x^2-2x\sqrt{x^2-1}$

0.5 c) Montrer que f admet des primitives sur $]-\infty,-1[$.

1 d) Déterminer la primitive F de f sur $]-\infty,-1[$ telle que F(-2) = 2/3.

Exercice n°4 (6pts)

Soit f la fonction définie sur $[1, +\infty[$ par f(x) = 1+$\sqrt{x-1}$. Soit (ζ) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1 1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

0.5 b) Prouver que f est dérivable sur $]1, +\infty[$ et calculer f '(x).

0.5 2) a) Dresser le tableau de variation de f

0.5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat obtenu.

0.5 c) Tracer (ζ)

0.5 3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on Déterminera. (On note f^{-1} la fonction réciproque de f).

0.5 b) Déterminer le domaine de continuité de f^{-1} et son sens de variation.

0.5 c) Calculer $f^{-1}(3)$.

0.5 d) Montrer que f^{-1} est dérivable en 3 et calculer $(f^{-1})'(3)$.

0.5 e) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe (ζ') de f^{-1} au point d'abscisse 3.

0.5 f) Tracer (ζ') dans le même repère que (ζ)