

AFIF BEN ISMAIL	<u>Devoir de contrôle N°2</u>	<a href="http://afimath.jimdo.com/">http://afimath.jimdo.com/</a>
<u>A.S 2007-2008</u>	<u>Mathématiques</u> <u>Durée : 2h</u>	<u>4<sup>ème</sup> Sc1</u> <u>Le 31/01/2008</u>

### **EXERCICE N°1** (10pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points A(6, 0, 0) B(0, 6, 0) ; C(0, 0, 6) et D(-2, -2, -2)

- 1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.  
b) On note P le plan (ABC). Déterminer une équation cartésienne du plan P.  
Dans la suite on prendra  $P : X + Y + Z - 6 = 0$ .  
c) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.  
d) Donner une équation paramétrique de la droite (OD).  
e) Soit H le projeté orthogonale de O sur P.  
Déterminer les coordonnées de H et montrer que  $HA = HB = HC$   
f) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 2) Soit Q le plan médiateur du segment [CD]  
a) Donner une équation cartésienne de Q.  
b) Montrer que la droite (OD) coupe Q en un point I dont on déterminera les coordonnées
- 3) Soit S la sphère d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 24 = 0$ .  
a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère S.  
b) Vérifier que les points A, B, C et D appartiennent à S.  
c) Déterminer l'intersection de S et P.

### **EXERCICE N°2** (10pts)

I) Soit g la fonction définie sur  $] 0, +\infty [$  par :  $g(x) = x + (x-2) \text{Ln}x$ .

- 1) a) Montrer que  $g'(x) = 2 \frac{x-1}{x} + \text{Ln}x$ .  
b) En déduire que : si  $x > 1$  alors  $g'(x) > 0$  et  
si  $0 < x < 1$  alors  $g'(x) < 0$ .
  - 2) a) Etudier les variations de g.  
b) En déduire que, pour tout réel x strictement positif, on a :  $g(x) \geq 1$ .
- II) Soit f la fonction définie sur  $] 0, +\infty [$  par :  $f(x) = 1 + x \text{Ln}x - (\text{Ln}x)^2$ .
- 1) a) Vérifier que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  et étudier les variations de f.  
b) En déduire que f admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle J que l'on précisera.
  - 2) Soit (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé.  
(Unité : 2cm)  
a) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.  
b) Etudier le sens de variation de la fonction h définie sur  $] 0, +\infty [$  par :  
 $h(x) = x - 1 - \text{Ln}x$   
En déduire le signe de h(x).  
c) Montrer que  $f(x) - x = h(x) (-1 + \text{Ln}x)$   
En déduire la position de la courbe (C) par rapport à sa tangente (T).
  - 3) a) Tracer la courbe (C).  
b) Tracer dans le même repère la courbe (C') de  $f^{-1}$