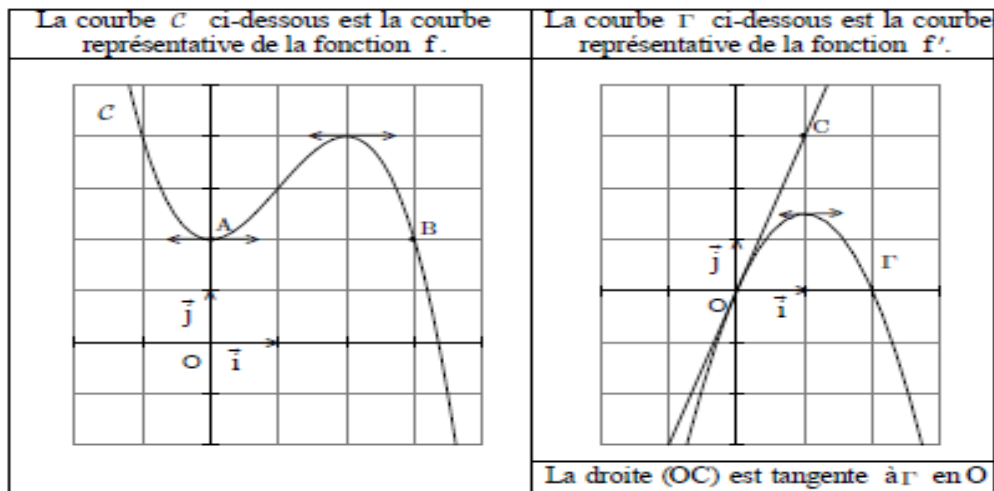


Exercice 1 (4,5 points)

A-Pour chacune des affirmations suivantes, numéroté de 1 à 6, dire si elle est vraie ou fausse sans justification.

Soit f une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} . On note f' et f'' les dérivées première et seconde de f.



- 1) $f'(2) = 0$; 2) une équation de la tangente en A à C est $y = 2$; 3) $f(1)$ et $f'(1)$ sont tous deux positifs.
- 4) f' est négative sur $[-1 ; 3]$ 5) $(f \circ f')(2) = 0$ 6) C admet un point d'inflexion d'abscisse 1

B- Trouver la bonne réponse (sans justification)

1) Soit f une fonction dérivable sur $[1 ; 3]$ telle que $f(1) = 2$ et $f(3) = 4$ alors

- a) $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $[1, 3]$
- b) $f([1,3]) = [2,4]$
- c) la courbe C_f admet une tangente parallèle à $\Delta : y = x$

2) soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_{n+1} - u_n = n$ alors

- a) la suite (u_n) est décroissante
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- c) la suite (u_n) est majorée

3) soit le nombre complexe $Z = e^{i\theta}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$

- a) $|Z + \frac{1}{Z}| = 2$
- b) $Z + \frac{1}{Z}$ est un réel
- c) $Z + \frac{1}{Z}$ est un imaginaire pur

Exercice 2 (5,5 points)

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 6x$ et $g(x) = \frac{1}{6}(1 - x^3)$

- 1) a) justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α dans \mathbb{R} .
- b) vérifier que $0 < \alpha < 1$

2) a) démontrer que pour tout x de l'intervalle $[0, 1]$, $g(x) \in [0, 1]$. Puis vérifier que $g(\alpha) = \alpha$

b) Montrer que pour tout x de $[0, 1]$, $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

3) On introduit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 0$ et pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+1} = g(u_n)$

a) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $0 \leq u_n \leq 1$

b) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$

c) Montre que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite

Exercice 3 (5 points)

le tableau suivant est le tableau de variation d'une fonction f

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	-1	$+\infty$	1

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

1) a) Donner l'ensemble de définition de f

b) donner les équation des asymptotes de (C)

c) quel est le nombre des solution de l'équation $f(x) = 3$? d) Ecrire une équation de la tangente à (C) au point $A(0 ; -1)$

2) Dans cette question on admet que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $f(x) = \frac{ax^2+1}{x^2+b}$

a) en utilisons le tableau de variation de f , montrer que $a=1$ et $b= -1$

b) Résoudre l'équation $f(x) = 3$

c) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]1, +\infty[$,

Montrer que g réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera

Exercice 4 (5 points)

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $Z^2 - (4 + 2i)Z + 7 + 4i = 0$

2) Soit $(E) : Z^3 - (4 + 3i)Z^2 + (5 + 8i)Z + 4 - 7i = 0$

a) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pur que l'on déterminera

b) Déterminer les nombre complexes b et c tel que

$$Z^3 - (4 + 3i)Z^2 + (5 + 8i)Z + 4 - 7i = (Z - i)(Z^2 + bZ + c)$$

c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E)

3) le plan est rapporté a un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points $A(i)$, $B(2-i)$ et $C(2+3i)$

Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle

4) soit $\theta \in [0, \pi]$ On considère les points $M(2e^{-i\theta} + 2i)$ et $M'(e^{i\theta} - i)$ Déterminer θ pour que $M = M'$