http://afimath.jimdo.com/	DEVOIR DE SYNTHÈSE N° : 01	4 ème Sc1 2 heures 09-12-2009

Exercice 1(4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte.la quelle

L'équation $z^2-(1+2i)z+i=0$ admet dans $\mathbb{C}$ deux solutions z_0 et z_1 qui vérifient :

a) $z_0 \times z_1=-i$ b) $z_0+z_1=1+2i$ c) $|z_0|=|z_1|$

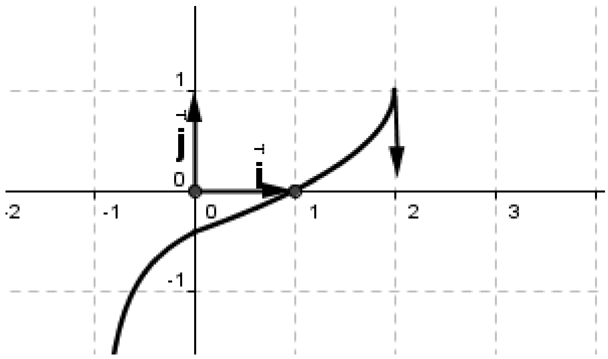
2) le complexe (1+i) est une racine quatrième de

a) 4 b) 4i c) -4

3) Soit f une fonction dérivables sur $[-1,+\infty[$ telle que $|f'(x)| \leq 2$ pour tout $x \in[-1,+\infty[$ alors

a) $|f(x)-f(-1)| \leq 2|x|$ b) $|f(x)-f(-1)| \leq 2|x+1|$ c) $|f(x)-f(-1)| \leq 2$

4) La courbe ci dessous est celle d'une fonction continue sur $]-1,2]$



a) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=-\infty$ b) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=+\infty$ c) $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=2$

Exercice 2 (6 points)

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-(1+3i)z-2+i=0$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

2) On pose $f(z)=z^3-(2+3i)z^2+(4i-1)z+2-i$

a) Montrer que l'équation f(z)=0 admet dans $\mathbb{C}$ une solution réelle que l'on déterminera
b) Déterminer les complexes b et c tels que $f(z)=(z-1)(z^2+bz+c)$ quelque soit $z\in\mathbb{C}$

c) Résoudre alors l'équation $f(z) = 0$

3) Soit dans le plans muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les points A (1+2i), B(i) et C(1)

a) placer les points A, B et C puis déterminer la nature du triangle ABC

b) Déterminer l'aire du trapèze OBAC

Exercice 3(6points)

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1)a)Verifier que pour tout $x > 0$ on a : ,En déduire que f est continue a droite en 0

b) Montrer que f est dérivables a droite en 0.

c)Déterminer une équation cartésienne de la demi tangente a la courbe de f au point d'abscisse 0

2)a)Montrer que f est dérivable sur$]0,+\infty[$ et que $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

b)Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0,+\infty[$

Exercice 4(4 points)

Soit $f(x)= \sqrt{1 + \cos(\pi x)}$, $x \in [0,1]$

1) Justifier que f est dérivable sur $[0,1[$ et que $f'(x) = \dfrac{-\pi\sin(\pi x)}{2f(x)}$

2)a) Montrer que pour tout $x \in [0,\frac{1}{2}]$,on a $|f'(x)| \le \dfrac{\pi}{2}$

b) En déduire que pour tout $x \in [0,\frac{1}{2}]$ on a ,$|f(x)-1| \le \dfrac{\pi}{2}(\dfrac{1}{2}-x)$