

AFIF BEN ISMAIL <i>Classe : 4 SC₁₋₂</i>	<i>Devoir de synthèse</i> N°1 <i>EN MATHEMATIQUES</i>	http://afimath.jimdo.com/
--	--	---

EXERCICE N°1 :

I- Cocher la réponse exacte.

1) $e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{-i\frac{\pi}{4}} = \dots$

a) 0

b) 1

c) $\sqrt{2}$

2) Soit z un nombre complexe vérifiant : $\bar{z} + |z| = 6 - 2i$ alors :

a) $z = \frac{8}{3} - 2i$

b) $z = \frac{8}{3} + 2i$

c) $z = -\frac{8}{3} + 2i$

3) La suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$U_0 = 0$$

$$U_n = \begin{cases} 0 \\ n \sin\left(\frac{1}{n}\right) \text{ si } n > 0 \end{cases}$$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \dots$

a) 0

b) 1

c) $+\infty$

4) Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_n - 1| \leq \frac{2}{n+1}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \dots$

a) $-\infty$

b) 1

c) 0

II- Répondre par vrai ou faux sans justifier la réponse :

1) Toute suite bornée convergente.

2) Deux suites qui convergent vers la même limite sont adjacentes.

EXERCICE N°2 :

1- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 + (2-i)z + 1 - i = 0$

2- Soit dans \mathbb{C} l'équation (E_θ) : $z^2 - (2\cos\theta + i)z + 1 + ie^{i\theta} = 0$

a) Vérifier que $z' = e^{i\theta}$ est une solution de l'équation (E_θ) .

b) Déterminer alors l'autre solution z'' .

3- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soit les points A, B et C d'affixes respectives : $a = \frac{1}{2}$, $b = e^{i\theta}$ et $c = i + e^{-i\theta}$.

a) Vérifier que $c - a = \overline{b - a}$.

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle en A.

c) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un losange.

d) Montrer que $BC = |1 - 2\sin\theta|$ et $AD = |2\cos\theta|$.

e) Déterminer les valeurs de θ de $[0, \pi]$ pour que ABCD soit un carré.

EXERCICE N°3 :

Soit la fonction f définie sur $]-\infty ; -1]$ par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x} - 2$$

1- f est-elle dérivable à gauche en -1 ? Interpréter ce résultat.

2- a) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty ; -1[$ et déterminer $f'(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

3- Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty ; -1]$ sur un intervalle qu'on précisera.

4- Soit $g(x) = f(x) - x$ sur $]-\infty ; -1]$

a) Donner le tableau de variation de g .

b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une seule solution α et que $-2 < \alpha < -1$

5- Expliciter f^{-1}

EXERCICE N°4 :

1- Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

Démontrer que pour tout réel $x \geq 1$, $f(x) \geq 1$.

2- Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n), \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $U_n \geq 1$

b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

c) Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.