


Mathématiques			Devoir de synthèse N°1
http://afimath.jimdo.com/			
4 ^{ème} Sc ₁ Date : le 08/12/2010	Durée : 2 heures Coefficient : 3	AFIF BEN ISMAIL	

Exercice n°1: (2+4 pts)

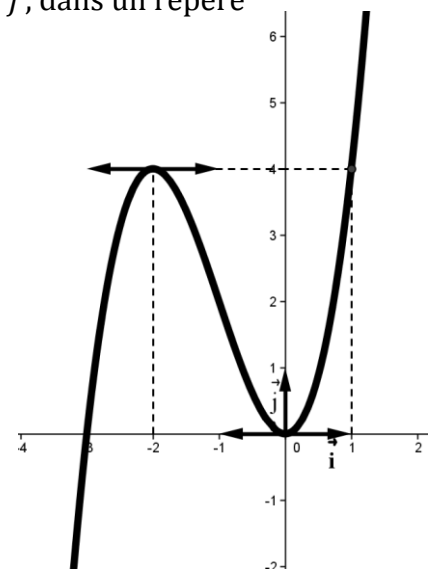
I) Pour chacune des deux questions suivantes il ya une seule réponse correcte laquelle ?

- 1) Soit la suite u définie sur \mathbb{N}^* par $u_n = \frac{(-1)^n}{n} + 2$, alors la suite u
- a) est monotone sur \mathbb{N}^* b) est divergente c) Converge vers 2
- 2) Si une suite u définie sur \mathbb{N}^* vérifie :
- $1 \leq u_n < 2 + \frac{1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ alors la suite u .
- a) est convergente b) est croissante sur \mathbb{N}^* c) est bornée sur \mathbb{N}^*

II) Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} et deux fois dérivable. Dans la figure ci-dessous, on a représenté la courbe représentative (C) de la fonction dérivée f' de f , dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1) Par une lecture graphique, répondre aux questions suivantes:

- a) Déterminer le sens de variation de f sur \mathbb{R} .
- b) Donner le tableau de variation de f' .
- 2) Répondre par vrai ou faux sans justification.
- a) La courbe de f admet deux points d'inflexion.
- b) Pour tout $x \in [-3; 1]$ on a : $|f(x) - f(1)| \leq 2|x - 1|$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$



Exercice n°2: (6pts)

- 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (1 + i)z + i = 0$
- 2) θ étant un réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$ on considère l'équation dans \mathbb{C}

$$E_\theta: z^2 - 2e^{i\theta} \cos\theta z + e^{i2\theta} = 0$$

- a) Vérifier que 1 est une solution de E_θ .
- b) En déduire l'autre solution de E_θ .
- 3) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) on désigne par A et B les points d'affixes respectives 1 et $e^{i2\theta}$.
- a) Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$,
- b) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB soit un losange.
- c) Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'aire du losange OACB soit égale à $\frac{1}{2}$

Exercice n°3: (8pts)

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

3)a) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à C au point $I(0; 2)$

b) Etudier la position de C par rapport à (T) .

c) Tracer C et (T)

b) Soit la fonction g définie sur $[\sqrt{2}; +\infty[$ par $g(x) = f(x) - x$

*) Montrer que g est strictement décroissante sur $[\sqrt{2}; +\infty[$

***) Déduire alors que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[\sqrt{2}; +\infty[$ une unique solution α

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n \geq 2$

b) Montrer en utilisant les inégalités des accroissements finis que pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{3}} |u_n - \alpha| \text{ puis déduire que } |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n |2 - \alpha|.$$

c) Déduire que u est convergente et déterminer sa limite.

<http://afimath.jimdo.com/>