

EXERCICE N°1 :

1/ Soit $\theta \in]0, \pi [$. On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $Z^2 - 2 \cos \theta Z + 1 = 0$

a)- Vérifier que : $e^{i\theta}$ est solution de (E)

b)- Dédurre la deuxième solution de (E)

2/ On considère dans \mathbb{C} l'équation (E') : $Z^3 - (i + 2 \cos \theta) Z^2 + (1 + 2 \cos \theta) Z - i = 0$

a)- Vérifier que i est une solution de (E)

b)- Terminer la résolution de (E') dans \mathbb{C}

3/ Le plan étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = i$; $Z_B = e^{i\theta}$ et $Z_C = e^{-i\theta}$

On prend $\theta \in]0, \pi [\setminus \{ \frac{\pi}{2} \}$

a)- Montrer que le triangle ABC est isocèle en B si et seulement si $2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$

b)- Trouver θ pour que le triangle ABC soit isocèle en B.

EXERCICES N° 2 :

1)- Soit f la fonction défini sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$

Déterminer le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

2) a/ Montre que pour tout $x \in]0, +\infty [$, $f(x) \geq \sqrt{2}$

b) Montre que pour tout $x \geq \sqrt{2}$ on a $f(x) \leq x$

3) Soit la suite U_n définie sur \mathbb{N}^* par $U_1=3/2$, $U_{n+1} = \frac{U_n^2+2}{2U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a)- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $U_n \geq \sqrt{2}$

b)- Montrer que (U_n) est décroissant.

c)- Dédurre que (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

4/ a)- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $0 \leq U_{n+1} - \sqrt{2} \leq \frac{1}{2}(U_n - \sqrt{2})$

b)- Retrouver $\lim U_n$.

EXERCICES N° 3 :

Le plan P est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

Soit la fonction f définie sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = 1+4 \sin x$.

1/- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

2/- Montrer que f est une bijection de $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera

3/- Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique $a \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$

4/- Calculer $f^{-1}(1-2\sqrt{2})$

5/-a) Trace $C_{f^{-1}}$ dans le plan P en précisant les deux demi tangentes aux points d'abscisses $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$

b) Tracer la courbe représentative $C_{f^{-1}}$ de f^{-1} dans le même plan P

6/-a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

b) Déterminer la fonction dérivée de f^{-1} .

<http://afimath.jimdo.com/>