

AFIF BEN ISMIL	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 MATHEMATIQUE Durée :3h	CLASSE :4M http://afimath.jimdo.com/
----------------	--	---

Exercice 1 :(2pts)

Répondre par vrai ou faux

- 1) on pose $j = e^{\frac{2\pi}{3}}$; Les racines cubiques de l'unité sont : 1 , j et j^2
- 2) La somme de n racines nième de l'unité est égale à 1.
- 3) Toute équation de second degré dans C admet deux racines égales ou conjuguées.
- 4) Toute suite géométrique est convergente.

Exercice2 :(4pts)

Soit l'équation (E) : $z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1 + i = 0$

- 1) Résoudre dans C l'équation (E).
- 2) Mettre sous forme trigonométrique les solutions z' et z'' .
- 3) En déduire les solutions de l'équation : $z^6 - \sqrt{2}(1+i)z^3 - 1 + i = 0$.

Exercice3 :(6pts)

Soit ABC un triangle équilatéral direct, Γ son cercle circonscrit de centre O.

- 1) Montrer que si une isométrie Φ laisse globalement invariant ABC alors elle fixe O.
- 2) Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant ABC.
- 3) La médiatrice de [BC] recoupe Γ en D ; on pose $f = S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$; $g = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$; $h = t_{BC} \circ S_{(AD)}$
 - a) Caractériser f ; g et h.
 - b) Déterminer deux droites Δ et Δ' telle que : $f = S_{\Delta} \circ S_{(AD)}$ et $g = S_{(AD)} \circ S_{\Delta'}$.
 - c) Caractériser fog et hog et $S_{(DC)} \circ f^{-1}$

Exercice4 :(8pts)

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$; $x \in \mathbb{R}$

- 1) Dresser le tableau de variation de f ; puis tracer la courbe C de f dans un repère orthonormé.
- 2) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans \mathbb{R} ; puis vérifier que $\frac{2}{3} < \alpha < 1$.
- 3) En déduire la position de C et la droite D d'équation $y = x$.