http://afimath.jimdo.com/	**DEVOIR DE CONTROLE N°1**	*Année Scolaire* : **2009-2010**
AFIF BEN ISMAIL		*Classe :4ème Sc3*
MATHEMATIQUES		*Durée : 2heures*

EXERCICE 1 :

On considère la fonction f définie sur $\left]-1,1\right[$ *par* $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1. a) *Montrer que pour tout x de* $\left]-1,1\right[$ *on à* $f'(x)=\dfrac{1}{(\sqrt{1-x^2})^3}$

b) *En déduire que f admet une fonction réciproque* f^{-1} *définie sur IR*

c) *Expliciter* $f^{-1}(x)$ *pour tout réel x*

2. *On considère la fonction g définie sur* $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ *par* $g(x)=f(\sin x)$

a) *Montrer que g est dérivable sur* $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$

b) *Vérifier que pour tout réel x de* $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ *on à :g(x) = tgx*

c) *Montrer que g réalise une bijection de* $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ *sur un intervalle J que l'on précisera*

d) *Montrer que* g^{-1} *est dérivable sur J et que pour tout x* $\in J$ *on à :* $(g^{-1})'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$

EXERCICE 2:

Soit la fonction définie sur $\left[-1,+\infty\right[$ *par* $f(x)=1+\dfrac{1-x}{\sqrt{x^2+1}}$

1. *Montrer que pour tout réel x* $\in\left[-1,+\infty\right[$ *on à :* $f'(x)=\dfrac{-1-x}{(\sqrt{x^2+1})^3}$

2. *Montrer que l'équation* $f(x)=3x$ *admet une seule solution* α *dans* $\left[-1,+\infty\right[$ *et*

Vérifier que $\alpha\in\left]0,1\right[$.

3. *Soit la suite réelle U définie par* $\begin{cases} u_0=\dfrac{1}{2} \\ \forall n\in IN\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}f(u_n)\end{cases}$

a) *Montrer que* $\forall n\in IN\ ;u_n\in\left]0,1\right[$.

b) *Montrer que* $\forall x\in\left]0,1\right[\quad |f'(x)|\le 2$.

c) *Montrer que* $\forall n\in IN\quad |u_{n+1}-\alpha|\le\dfrac{2}{3}|u_n-\alpha|$

d) *En déduire que* $\forall n\in IN,\quad |u_n-\alpha|\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\left|\dfrac{1}{2}-\alpha\right|$.

e) Déduire que U converge vers une limite que l'on précisera

EXERCICE 3 :

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 8 = 0$
2. Soit $f(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$

a) Calculer $f(-2\sqrt{2})$

b) Résoudre alors l'équation f(z) = 0

3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les ponts A ,B et C d'affixes respectives 2+2i ,2-2i et $-2\sqrt{2}$

a) Montrer que le triangle ABC est isocèle en C inscrit dan un cercle de centre O d'ont on précisera le rayon

b) Calculer $\frac{z_A}{z_B}$, en déduire la nature du triangle OAB

c) Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$

d) En déduire qu'une mesure de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est $\frac{3\pi}{8}$