http://afimath.jimdo.com/

DEVOI R DE CONTROLE N : 1

DUREE 2 H

M AFIF BEN ISMAIL

SECTION : 4 Sc3 **LE : 31 / 10 / 2008**

EXERCICE : 1 **(3 points)**

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n 'est demandée.

1) Soit le nombre complexe $z = 2 + i (4 + 8 i)$

a) La partie réelle de z est 2 b) z a pour image le point M(-6 ; 4) c) Le conjugué de z est $\bar{z} = 2 - i (4 + 8 i)$

2) Soient A , B , C points distincts d'affixes respectives Z_A ; Z_B et Z_C ; $AB \perp AC$ si est seulement si

a) $\text{Arg}\left(\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2} [2\pi]$ b) $\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} \in \mathbb{R}$ c) $\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} \in i\mathbb{R}$

3) L’ensemble des points M du plan dont l’affixe z vérifie $|z| = 3$ et Réel(z) = 1

a) est le point de coordonnées M (0 ; 1) ; b) est le cercle de centre O et de rayon 3 ;c) $S = \{ M_1(1 ; 2\sqrt{2}) ; M_2(1 ; -2\sqrt{2}) \}$.

4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{9x^2 - 3x + 2} - 2x + 1 =$ a) 9 -2 b) $+\infty$ c) $-\infty$

5) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - \cos(x^2 - 1)}{x^2 - 1} =$ a) $-\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) 0

6) La fonction $f : \dfrac{1}{x\sqrt{4 - x^2}}$ est continue sur

a) [-2 2] b) $]-\infty , -2[\cup]2, +\infty[$ c) $]-2 ; 2[\setminus \{ 0 \}$

EXERCICE : 2 **(8 points)**

Le plan est rapporté à un repère ortho normal $(O , \overrightarrow{U} , \overrightarrow{V})$ (unité graphique : 2cm)

Soient les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

1) a - Déterminer le module et un argument des nombres z_1 et z_2.

b - Placer les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2.

2) soit D le point définit par $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AO}$

a – déterminer l’affixe du point D

b – quelle est la nature du quadrilatère OADB

3) Soit Z le nombre complexe tel que $Z = \dfrac{z_2}{z_1}$.

a - Ecrire Z sous forme trigonométrique.

b - En utilisant les formes algébriques de z_1 et z_2., déterminer la forme algébrique de Z.

c - En déduire les valeurs exactes de $\text{Cos}\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et de $\text{Sin}\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$

<u>EXERCICE : 3</u> (9 points)

On considère la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5} - x + m & \text{si } x \leq -1 \\ f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ f(x) = \dfrac{x - \sqrt{x - 2} - 2}{x - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

1) déterminer D_f

2) a – déterminer m pour que f soit continue en -1

b – étudier la continuité de f au point 3

3) déterminer le domaine de continuité de f

4) a – déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b – pour $m = 0$ montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) + 2x = -1$ interpréter graphiquement ce résultat

c – montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ interpréter graphiquement ce résultat