Mathématiques	DEVOIR DE CONTROLE N° 1	http://afimath.jimdo.com/
4ème Maths1		
AFIF BEN ISMAIL		04 / 11 / 2009 , 2H

Exercice N°1 : Pour chaque question, une seule des 3 propositions est exacte. Laquelle ?

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x - 3} =$	a) -1	b) $+\infty$	c) 1
2. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^3 - 7x - 6}{x^2 - x - 6} =$	a) 3	b) 4	c) 5
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{3x^2 - x + 1}$	a) $+\infty$	b) $-\infty$	c) 0
4. L'équation $x^2 \sqrt{x-1} = 2$ admet une solution unique α dans :	a) $]1.59 , 1.6[$	b) $]1.6 , 1.61[$	c) $]1.61 , 1.62[$

Exercice N°2 : Soit les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$, $z_2 = 2 + 2i$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

1) Ecrire Z sous forme algébrique.

2) Donner les modules et arguments de z_1, z_2 et Z. En déduire $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

3) a) Dans le plan complexe muni d'un repère ON unité 2cm, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives z_1, z_2 et Z. Placer les points A, B et C.

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M(z) du plan tels que : $\arg\left(-2\bar{z}\right) \equiv \frac{2\pi}{3}\,[2\pi]$

4) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe Z^{2009}.

Exercice N°3 : Soit $\theta \in \left]0 , \pi/2\right[$ et l'équation (E) : $z^2 - 2(1 + i\cos\theta)z + 2i\cos\theta = 0$.

1) Résoudre (E) dans $\mathbb{C}$.

2) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on donne les points A, M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_A = 1$, $z_1 = 1 + ie^{i\theta}$ et $z_2 = 1 + ie^{-i\theta}$.

a) Déterminer l'ensemble des points I milieu de $[M_1M_2]$ lorsque θ varie dans $]0 , \pi/2[$.

b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{M_1M_2}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont colinéaires.

c) Déterminer θ pour que OAM_2M_1 soit un losange.

3) Soit $\theta = \frac{\pi}{6}$. Montrer que M_1 est l'image de M_2 par la rotation de centre $\Omega\left(1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Exercice N°4 : Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + \dfrac{u_n - 1}{\sqrt{2 + (u_n - 1)^2}} \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 < u_n \leq 2$.

2) Etudier les variations de la suite u. Déduire que u est convergente et calculer sa limite.

3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{\sqrt{2}}(u_n - 1)$.

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1}$. Retrouver la limite de u.

4) a) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = 2 + (u_n - 1)^2$. Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_{n+1} = 3 - \frac{2}{v_n}$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2^n}$. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_1 \cdot v_2 \dots v_n)$.

Barème : Ex 1 (3 Points) ; Ex 2 (5 Points) ; Ex 3 (5 Points) ; Ex 4 (7 Points) (Bon Travail)