Devoir de contrôle №3 $4^{ème}sc_1$

Mathématiques Mai 2008

Durée : 2^h

Exercice 1 : (4 points)

Dans le cas de certaines maladies, les vétérinaires calculent la posologie des médicaments en fonction de l'aire de la surface corporelle de l'animal. Le tableau suivant donne, chez les chiens, l'aire de la surface corporelle Y en mètres carrés en fonction du poids X en kilogrammes.

Poids x_i en kg	4	8	12	20	24	28
Aire y_i en m^2	0,25	0,40	0,64	0,47	0,84	0,93

1. Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique ; on prendra pour unités graphiques :

   1 cm pour 2 kg sur l'axe des abscisses et 10 cm pour $1m^2$ sur l'axe des ordonnées.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer le point G sur le graphique.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (X , Y).

   Que peut-on conclure ?
4. a. Donner une équation de la droite Δ de régression de Y en X.

   b. Déterminer l'aire de la surface corporelle d'un chien dont le poids est 36 kg

Exercice 2: (5 points)

Dans une population donnée, 15 % des individus ont une maladie M_a. Parmi les individus atteints de la maladie M_a, 20 % ont une maladie M_b et parmi les individus non atteints de la maladie M_a, 4 % ont la maladie M_b.

I- On prend un individu au hasard et on désigne respectivement par A et B les événements suivants :

" l'individu est atteint de la maladie M_a "

" l'individu est atteint de la maladie M_b"

a : Donnez les valeurs de p(A), p(B/A) et p (B/$\overline{A}$)

b : Calculez $p(B \cap A)$ et $p(B\cap\overline{A})$. Déduire p(B)

c : Calculer la probabilité pour qu'un individu atteint de la maladie M_b soit aussi atteint de la maladie M_a.

II- On prend n individus au hasard dans cette population et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de ceux ayant la maladie M_a et la maladie M_b.

1- On suppose dans cette question que n = 10

a. Déterminez la probabilité de chacun des événements :

A : « deux individus au plus sont atteints de la maladie M_a et la maladie M_b»

B :« Au moins un individu soit atteint de la maladie M_a et la maladie M_b »

b. Calculer l'espérance mathématique de X.

2- Calculer le nombre minimal n d'individus qu'il faut prendre pour que la probabilité d'avoir au moins un individu atteint de la maladie M_a et la maladie M_b soit supérieure à 0,8

Exercice 3: (5 points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
Soit l'ensemble des points M(x,y,z) tels que : $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+3=0$
On désigne par P le plan dont une équation cartésienne est : $y + z + 1 = 0$.

1) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.
2) Montrer que $S\cap P$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
3) a- Vérifier que le point $A\ (2\ ,\ 1\ ,\ 0) \in S$.
   b- Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A.
4) a- Vérifier que les plans P et Q sont perpendiculaires.
   b- Donner une représentation paramétrique de la droite $\Delta = P\cap Q$.

Exercice 4: (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - x)^2 e^x$, et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a. Prouver $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.
   b. Etudier les variations de f.
   c. Tracer (C).
2) pour tout entier naturel n non nul, on pose $U_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt$
   a. Calculer U_1.
   b. En utilisant une intégration par partie montrer que pour tout $n\in \mathbb{N}^*$ on : $U_{n+1} = (n+1)U_n - 1$.
   c. En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites x = 0, x = 1 et y = 0.
3) a. Montrer que pour tout $n\in \mathbb{N}^*$ $U_n \geq 0$.
   b. Montrer que pour tout $t\in[0,1]$ et pour tout $n\in \mathbb{N}^*$ $(1-t)^n e^t \leq (1-t)^n e$.
   En déduire que pour tout $n\in \mathbb{N}^*$ $u_n \leq \dfrac{e}{n+1}$.
   c. Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.