MATHS

mathématiques

Devoir de contrôle n°2

Exercice n°1 (3 points)

Cocher la réponse exacte. (sur l'annexe)

1°)Soit f et g des similitudes directes et A un point du plan donné. Sachant que $g(f(A)) = f(g(A))$ alors on a :

a	$f \circ g = g \circ f$	b	$f \circ g \neq g \circ f$	c	On ne peut pas conclure

2°) Soit f et g des similitudes directes , alors $f^{-1} \circ g^{-1} \circ f \circ g$ est une

a	Translation	b	Rotation	c	Symétrie axiale

3°)Soit pour tout x de R , $h(x) = x + \int_0^1 |t - x| dt$. Alors $\lim_{x \to +\infty} h(x) = ...$

a	$+\infty$	b	$-\infty$	c	Un nombre réel ℓ fini

Exercice n°2 (8 points)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 1), ABCD est un rectangle tel que AD = a et $AB = a\sqrt{3}$ (a >0) et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$.

Soit les points I et J du segment $[BD]$ tel que $BJ = DI = \frac{a}{2}$. (voir figure1)

1°) Construire le point M tel que J soit le barycentre de $(C,1)$ et $(M,-\sqrt{3})$ (expliquer la construction)

2°) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude f qui transforme A en J et I en B.

3°) Construire le centre K de f.

4°)Le plan est muni du repère orthonormé direct $(D, \vec{u}, \vec{v})$ tels que $\vec{u} = \frac{1}{a\sqrt{3}} \overrightarrow{DC}$ et $\vec{v} = \frac{1}{a} \overrightarrow{DA}$.

Donner l'écriture complexe de la similitude f. En déduire l'affixe de point K.

5°) Soit g la similitude indirecte de centre J, qui envoie B sur C.

a) Vérifier que g est de rapport $\sqrt{3}$

b) Déterminer d'axe Δ de g .

6°) Déterminer les images de I et A par $g \circ f$.

7°) Identifier la nature de $g \circ f$ et déterminer ses éléments caractéristiques .

Exercice n°3 (9 points)

Partie I

Soit ξ l'ensemble des fonctions f, tels f est dérivable sur $[a,b]$ et son dérivé f' est continue sur $[a,b]$ et on a $f(a) = f(b) = 0$. $(a < b)$

Soit pour tout fonction f de ξ : $U(f) = \int_a^b f(x)dx$

Il existe un réel M > 0 tel que pour tout x de $[a,b]$: $|f'(x)| \leq M$.

1°) Montrer que $U(f)=-\frac{1}{2}\int_a^b (2x-a-b)f'(x)dx$.

2°) Montrer que $\int_a^{\frac{a+b}{2}} (a+b-2x)dx = \int_{\frac{a+b}{2}}^b (2x-a-b)dx = \frac{(b-a)^2}{4}$

3°) En déduire que : $|U(f)| \le \frac{(b-a)^2}{4}M$

Partie II

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$ par $g(x)=\sqrt{(3-4x)^3(4x-1)^3}$

1°) Montrer que la fonction $g \in \xi$

2°) Dresser le tableau de variations de g.

3°) Construire (ζ), courbe représentative de g dans un repère orthogonale $R=(O,\vec{i},\vec{j})$ (Sur l'annexe figure 2)

4°) Montrer que $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} g(x)dx \le \frac{3}{8}$

5°) En déduire que $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} (5-16x^2)\sqrt{(3-4x)(4x-1)}\, dx \le \frac{3}{8}$

6°) Soit h la restriction de g sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$

a) Montrer que h est une bijection de $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que pour tout réel x de J : $h^{-1}(x)=\frac{2-\sqrt{1-\sqrt[3]{x^2}}}{4}$

c) Montrer que $2\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} g(x)dx + 4\int_0^1 h^{-1}(x)dx = 1$

Annexe à rendre avec la copie

Exercice n°1

Question n°1	Question n°2	Question n°3

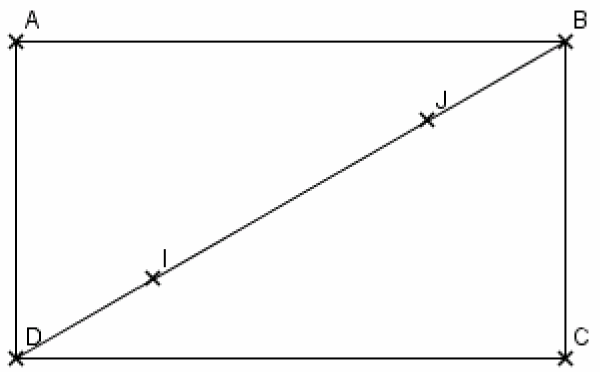

Figure 1

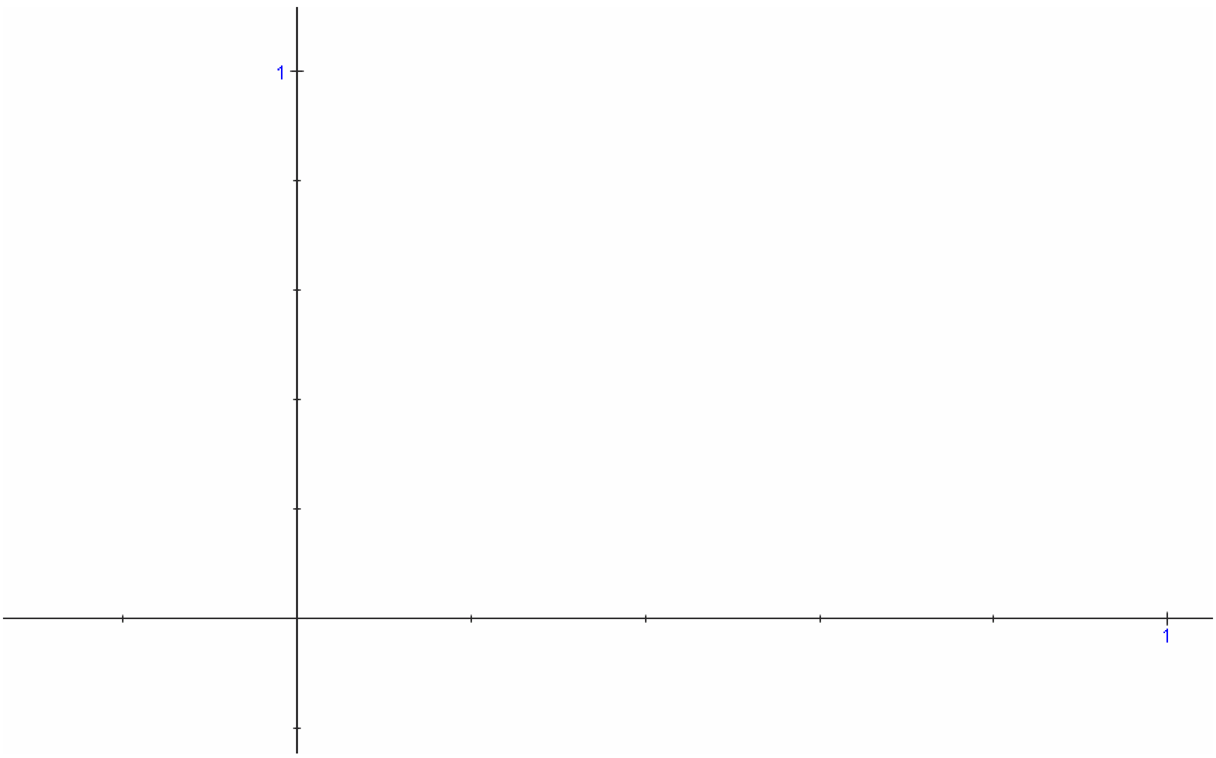

Figure 2