c) Dresser le tableau de variations de f puis tracer ζ.

2. Soit la suite (U_n) définie par : $U_0 = 2\int_0^2 \sqrt{2x-x^2}dx$ et pour tout $n \in IN^*$, $U_n = 2\int_0^2 x^n\sqrt{2x-x^2}dx$

a) Donner une interprétation graphique de U_0 .En déduire que $U_0 = \pi$

b) Calculer $U_0 - U_1$,en déduire la valeur de U_1.

c) Montrer que pour tout $n \in IN^*$, $U_n > 0$

3. a) Soit n un entier naturel non nul .Vérifier que $U_n - U_{n+1} = \int_0^2 x^n(2-2x)\sqrt{2x-x^2}dx$ puis

montrer à l'aide d'une intégration par partie que : $U_{n+1} = \left(\frac{2n+3}{n+3}\right)U_n$

b) Montrer que (U_n) est croissante , en déduire que pour tout $n \in IN$, on a : $U_n \geq \pi$

c) Montrer que si (U_n) converge vers un réel ℓ alors $\ell = 0$. Conclure .

Exercice 3 : (8 points)

Soit x un entier relatif et le système S d'inconnue x tel que : S $\begin{cases} x \equiv -5 \pmod{14} \\ x \equiv 5 \pmod{17} \end{cases}$

1. Vérifier que 2011 est une solution du système S
2. Montrer que tout entier relatif x qui s'écrit ,sous la forme $x = 238k + 107$ avec $k \in \mathbb{Z}$, est solution de S
3. Soit x une solution du système S

a) Compléter le tableau des congruences suivant :

	x	x^2	x^3	x^4	x^8	x^{16}
Modulo 14	-5					
Modulo 17	5					

b) En déduire que : $x^{48} \equiv 1 \pmod{238}$

c) Montrer que : $x^{43} \equiv -5 \pmod{14}$ et que $x^{43} \equiv 11 \pmod{17}$

d) En déduire que ($x^{43} + 159$) est divisible par 238

e) Déterminer alors le reste de la division euclidienne de 2011^{2011} par 238

Lycée Carthage Byrsa		01 Février 2011
	Devoir de contrôle N°2	
CLASSE : 4ème MATH 4		DUREE : 1 H 35 minutes

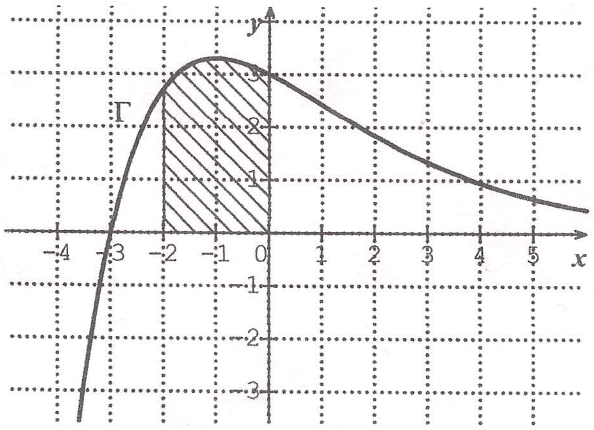
Exercice 1 : (4 points)

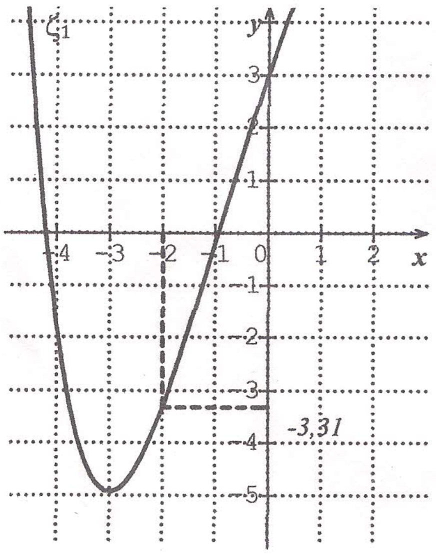
Dans un repère orthonormé on a tracé la courbe Γ d'une fonction f dérivable sur IR.

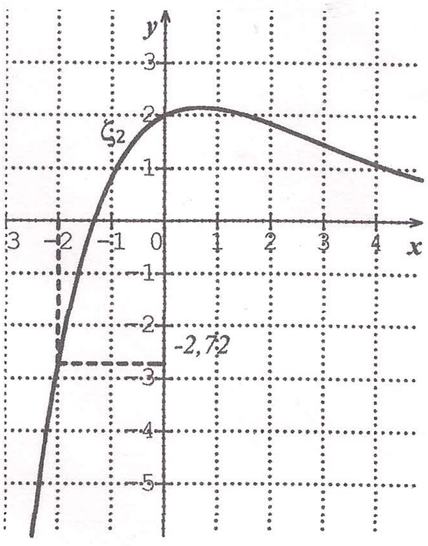
Parmi les représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f ' de f et une autre représente une primitive F de f sur IR.

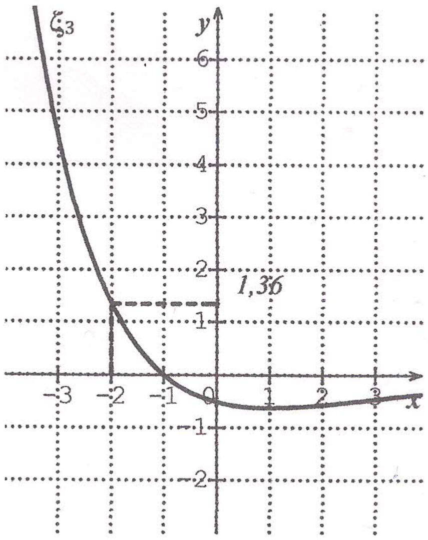
1. Déterminer la courbe associée à la fonction f 'et celle qui est associée à la fonction F. Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix.

2. En déduire $f'(-2)$ et l'aire, exprimée en u.a, de la surface hachurée









Exercice 2 : (8 points)

Soit f la fonction définie sur [0,2] par $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0 et à gauche de 2 .Interpréter graphiquement les résultats obtenus

   b) Montrer que f est dérivable sur]0,2[puis calculer $f'(x)$