L.P. Kairouan	**Devoir de contrôle N°1**	**Prof : Chouihi**
Le : 16 / 11 / 09	**Durée : 2 heures**	**Classe : $4M_2$**

Exercice N°1 (3points)

Pour chacune des propositions suivantes une et une seule réponse est correcte ; sur votre copie reportez le numéro de la proposition et la lettre correspondante à la réponse correcte. (aucune justification n'est demandée)

1) Le quotient de – 12345 par – 57 est égal à:

a) 215 b) 216 c) 217

2) On considère dans l'ensemble des entiers relatifs l'équation : $x^2 + 5x - 2 \equiv 0\ [6]$.

a) toutes les solutions sont des entiers pairs. b) il n'y a aucune solution.

c) les solutions vérifient $x \equiv 2\ [6]$. d) les solutions vérifient $x \equiv 2\ [6]$ ou $x \equiv 5\ [6]$.

3) Soit x un entier relatif tel que : $x \equiv 12\ [13]$.

a) $x^{2008} + x^{2009} \equiv 0\ [13]$ b) $x^2 + x - 2 \equiv 0\ [13]$ c) $x \equiv 3^{99}\ [13]$

4) L'équation: $z^3 + z + 1 - 2i = 0$

a) admet une solution réelle b) admet une solution imaginaire

c) n'admet aucune solution réelle ou imaginaire

5) L'ensemble $\{M(z)\in P \ / \ \arg(2z+3-i) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]\}$ est

a) une droite b) une demi-droite c) un segment

6) L'ensemble $\{M(z)\in P \ / \ |\overline{z}+2-3i| = |e^{i\frac{\pi}{4}}z+1-2i|\}$ est

a) un cercle b) un demi-cercle c) une droite

Exercice N°2 (3 points)

Soit u la fonction définie sur IR par $u(x) = \dfrac{1}{3-\sin x}$

1) Montrer que pour tout réel x, on a: $\dfrac{1}{4} \le u(x) \le \dfrac{1}{2}$

2) En déduire la limite en $+\infty$ de chacune des fonctions:

a) $f : x \to \dfrac{5}{x(3-\sin x)}$ b) $g : x \to \dfrac{x^2+1}{3-\sin x}$ c) $h : x \to \dfrac{-5x^2+5}{6-2\sin x}$

Exercice N°3 (6 points)

A tout nombre réel $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ on associe l'équation à variable complexe z

$$(E_\theta) : z^2 - 2i(1+\sin\theta)z - 2(1+\sin\theta) = 0 .$$

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_θ) .

2/ On pose : $z_1 = i + e^{i\theta}$ et $z_2 = i - e^{-i\theta}$ et on désigne par M_1 et M_2 leurs images respectives dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

a) Déterminer la forme trigonométrique de z_1 et z_2.

b) Pour quelle valeur de θ, le triangle OM_1M_2 est il rectangle en O ?

c) Déterminer l'ensemble des points M_1 lorsque θ décrit $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

d) Montrer que M_2 est l'image de M_1 par une symétrie orthogonale que l'on précisera.

e) En déduire l'ensemble des points M_2 lorsque θ décrit $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

Exercice N°4 **(4 points)**

On considère la fonction f définie par $f(x) = -2x + \sqrt{1-2x}$

1) Etudier la dérivabilité de f à gauche en $\frac{1}{2}$. Interpréter graphiquement.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) En déduire que f réalise une bijection de $]-\infty, \frac{1}{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
4) Expliciter $f^{-1}(x)$, pour tout $x \in J$.

Exercice N°5 **(4 points)**

1) a) Résoudre dans Z l'équation : $x^2 \equiv 7\ [29]$

b) Etablir l'équivalence : $x^2 - 19x - 11 \equiv 0\ [29] \Leftrightarrow (x + 5)^2 \equiv 7\ [29]$

c) En déduire les solutions dans Z de l'équation : $x^2 - 19x - 11 \equiv 0\ [29]$

2) Montrer que pour tout entier naturel n, l'entier $6^n + 13^{n+1}$ est divisible par 7.

3) a) Déterminer, suivant les valeurs de l'entier naturel n, le reste modulo 7 de 2^n.

b) En déduire que si n n'est pas un multiple de 3 alors $2^{2n} + 2^n + 1$ est divisible par 7.