L. P. Kairouan	**Devoir de contrôle N°1**	**Prof: Chouihi**
Le : 17-11-07	**Durée : 2h** **$4M_{1+3}$**	**A.S : 07 – 08**

Exercice N°1 (4points)

Compléter la feuille ci jointe puis la remettre.

Exercice N°2 (3 points)

Soit f une fonction continue sur [1,2] et vérifiant $f<[1,2]> \subset [3,4]$.

a) Montrer que l'équation : $\frac{f(x)}{x} = 3$ admet au moins une solution α dans [1,2].

b) On suppose que f est dérivable sur [1,2] et que pour tout $x \in [1,2]$ $f'(x) > 3$.
Montrer que α est unique.

Exercice N°3 (7 points)

Soit $\theta \in [0,\pi]$

I. On considère l'équation : (E_θ): $e^{-i\theta}z^2 - 2z + 2e^{i\theta} = 0$.

1) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ).
2) Donner le module et un argument de chacune des solutions de l'équation (E_θ).

II. Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.
On désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectifs $z_1 = (1-i)e^{i\theta}$ et $z_2 = (1+i)e^{i\theta}$.

1) Déterminer l'ensemble C_1 des points M_1 lorsque θ décrit $[0,\pi]$
2) a) Montrer que : $\frac{z_2}{z_1} = i$.

   b) En déduire que le triangle OM_1M_2 est isocèle et rectangle en O.
3) a) Montrer que $(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{M_1M_2}}) \equiv \theta + \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

   b) Déterminer θ pour que la droite (M_1M_2) soit parallèle à la droite d'équation : $y = x$.

Exercice N°4 (6 points)

On considère la suite U définie sur IN

par : $\begin{cases} U_0 \in IR \\ 3U_{n+1} = 2U_n^2 - U_n + 2 \ ; \quad n \in IN \end{cases}$

1) Montrer que la suite U est croissante.
2) Pour quelle valeur de U_0 la suite U est elle constante ?
3) Montrer que si la suite U converge alors sa limite est nécessairement égale à 1.
4) On suppose que : $U_0 \in]-\frac{1}{2},1[$.
   a) Montrer que pour tout $n \in IN$, $U_n \in]-\frac{1}{2},1[$.
   b) En déduire que la suite U converge vers 1.
5) On suppose que $U_0 \notin [-\frac{1}{2},1]$.
   a) Comparer U_1 et 1.
   b) Montrer que U est divergente et que $\lim U = +\infty$.

Feuille à remettre

Nom et Prénom :………………………………. Classe :………

Compléter par vraie (V) ou faux (F) dans la case en face.

1) Pour tout nombre complexe z on a : [$z^4 = 1$] $\Leftrightarrow$ [$z = 1$ ou $z = -1$] . ……... ……... ……... …☐

2) Tout nombre complexe non nul admet deux racines carrés opposées. ……………………….☐

3) Pour tout $(z, z') \in \mathbb{C}\times\mathbb{C}$; on a : [$z = z'$] $\Leftrightarrow$ [$|z| = |z'|$] ……………………………….☐

4) Toute suite décroissante est majorée. ………………………………………………..☐

5) Deux suites adjacentes ont des limites opposées. …………………………………..☐

6) Pour toute suite U on a l'équivalence : [U est convergente] $\Leftrightarrow$ [U est bornée] …………….☐

7) Soit f une fonction définie sur un intervalle [a, b].

si $\begin{cases} f \text{ est continue sur } [a,b] \\ (f(a)-1)(f(b)-1) < 0 \end{cases}$ alors il existe $\alpha \in]a,b[$ tel que $f(\alpha) = 1$. ………………………..☐

8) Si f est continue et strictement croissante sur [a,b] alors f< [a,b] > = [f(a),f(b)] …………….☐

9) Si Δ est l'axe d'une symétrie glissante f alors pour tout $M \in \Delta$ on a : $f(M) = M$. …………….☐

10) Soit un triangle ABC et f une isométrie.

Si $f(A) = A$, $f(B) = B$ et $f(C) \neq C$ alors $f = S_{(AB)}$ ……………………………………….☐

11) Si $\begin{cases} \Delta \perp \Delta' \\ \Delta \cap \Delta' = \{I\} \end{cases}$ alors $S_{\Delta'} \cap S_\Delta = S_\Delta \cap S_{\Delta'} = S_I$ ………………………………….☐

12) Si Δ // Δ' alors $S_{\Delta'} \cap S_\Delta = S_\Delta \cap S_{\Delta'}$ …………………………………………….☐

13) Si une isométrie f n'admet aucun point invariant alors f est une symétrie glissante. ………….☐

14) Si une rotation r fixe deux points distincts alors $r = id_P$. ……………………………….☐

15) Toute rotation $r_{(I,\alpha)}$ se décompose d'une manière unique sous la forme : $r = S_{(Iy)} o S_{(Ix)}$

avec $(\widehat{\overrightarrow{Ix}, \overrightarrow{Iy}}) \equiv \frac{\alpha}{2}[\pi]$ ……………………………………………….☐

16) Si une isométrie fixe les sommets d'un triangle ABC alors f est égale à l'identité du plan (id_P) ☐