Exercice N° 1 (6 pts)

- Chaque question comporte trois affirmations notées **(A)** , **(B)** et **(C).** Une seule affirmation est exacte.
- Une réponse exacte rapporte 0.75 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la droite Δ d'équations paramétriques $\begin{cases} x = 1+2\alpha \\ y = -2+\alpha \\ z = 3-\alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$ et le plan $P : 3x-2y+z-1=0$

	Affirmation **(A)**	Affirmation **(B)**	Affirmation **(C)**
1	Le point $M(1,1,-1) \in P$	Le point $M(1,1,0) \in P$	Le point $M(0,1,1) \in P$
2	Le point $N(2,1,-1) \in \Delta$	Le point $N(3,-1,2) \in \Delta$	Le point $N(1,-2,-3) \in \Delta$
3	Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ	Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ	Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ
4	Le vecteur $\vec{N}\begin{pmatrix}3\\-2\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P	Le vecteur $\vec{N}\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P	Le vecteur $\vec{N}\begin{pmatrix}6\\-4\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P
5	Δ est sécante à P	Δ est incluse dans P	Δ est strictement parallèle à P
6	Le plan $Q : 3x-2y-z+1=0$ est parallèle à P	Le plan $Q : 9x+6y+3z+3=0$ est parallèle à P	Le plan $Q : 6x-4y+2z+1=0$ est parallèle à P
7	Le plan $R : x+y-z+1=0$ est perpendiculaire à P	Le plan $R : 6x-4y+2z+1=0$ est perpendiculaire à P	Le plan $R : x-y-4z+1=0$ est perpendiculaire à P
8	La distance du point $I(0,1,0)$ au plan P est : $\frac{\sqrt{14}}{14}$	La distance du point $I(0,1,0)$ au plan P est : $\frac{3\sqrt{14}}{14}$	La distance du point $I(0,1,0)$ au plan P est : 3

Exercice N° 2 (4 pts)

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On donne les points $A(-1,2,1)$; $B(1,-6,-1)$; $C(2,2,2)$ et $I(0,1,-1)$.

1) a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) Donner une équation cartésienne du plan contenant les trois points A, B et C.

2) a) Donner une équation cartésienne de la sphère S de centre I et de rayon 2.

b) Soit P le plan d'équation : $x+y-3z+2=0$.

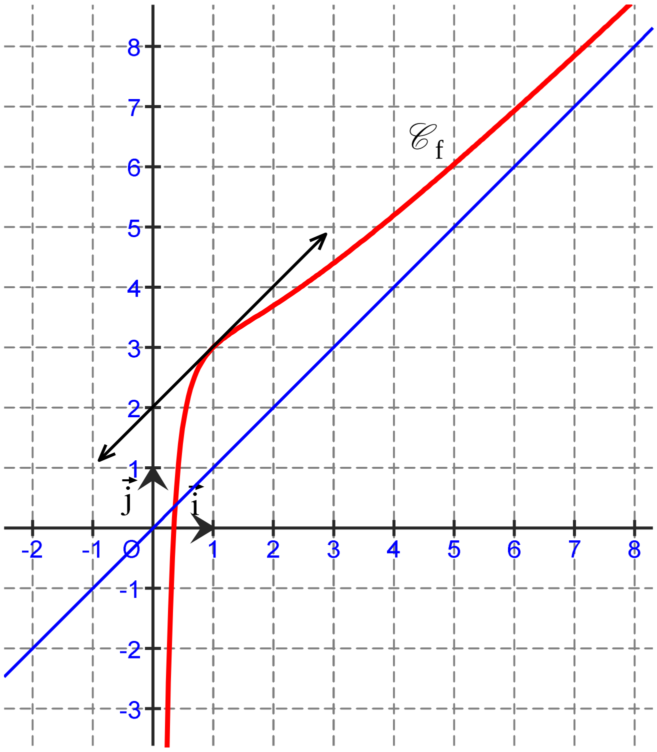
Montrer que l'intersection de la sphère S et du plan P est un cercle $\mathscr{C}$.

c) Déterminer les coordonnées du centre H et le rayon r du cercle $\mathscr{C}$.

<u>Exercice N° 3</u> (4 pts)

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-contre représente une fonction f définie sur $]0,+\infty[$.

Les droites d'équations $x = 0$ et $y = x$ étant des asymptotes à cette courbe.



1) En utilisant le graphique, déterminer :

a) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$

b) Le tableau de variation de f.

2) On admet que $f(x) = x + \dfrac{a}{x} + b\dfrac{\ln x}{x}$; $a, b \in \mathbb{R}$

a) Monter que pour tout $x \in]0,+\infty[$,

$$f'(x) = 1 - \frac{a}{x^2} + b\left(\frac{1 - \ln x}{x^2}\right).$$

b) En utilisant le graphique,

Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.

c) En déduire alors l'expression de $f(x)$.

<u>Exercice N° 4</u> (6 pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$.

On désigne par ($\mathscr{C}$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer que la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie de ($\mathscr{C}$)

c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

c) Tracer la droite Δ et la courbe ($\mathscr{C}$)