Exercice 1 : (3 points)

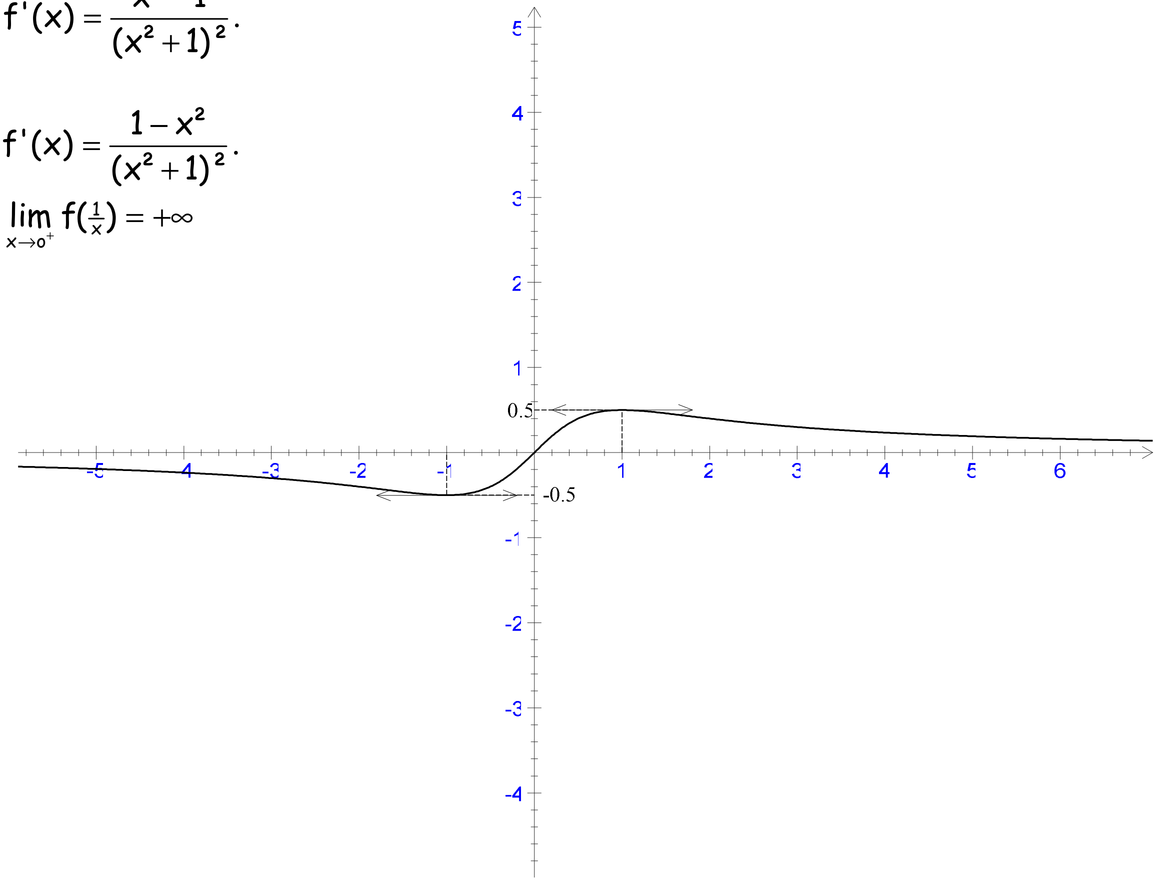
1) Γ est la courbe d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.
Parmi les quatre affirmations une seule est exacte. Laquelle ?

A. $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$.

B. $f'(x) = \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$.

C. $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.

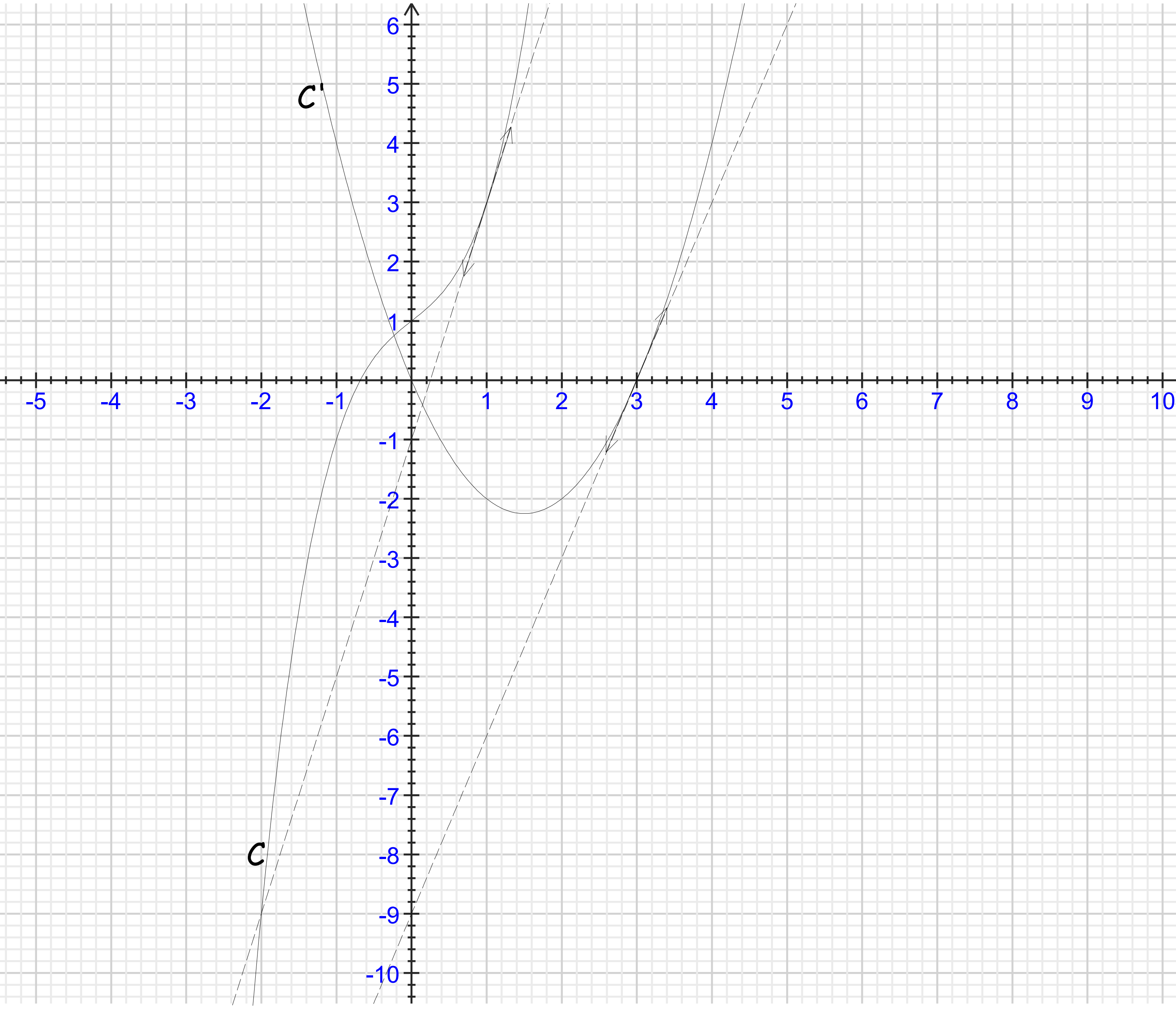
D. $\lim_{x \to 0^+} f(\frac{1}{x}) = +\infty$



2) C est la courbe d'une fonction f dérivable et strictement croissante sur $\mathbb{R}$
C' est la courbe d'une fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$

a- (gof)'(1) =
A. 0.
B. 3.
C. 12.

b- $(f^{-1})'(3)$ =
A. -1.
B. 3.
C. $\frac{1}{4}$.



3) On donne le cube ABCDEFGH , d'arête de longueur 1. On désigne par I le symétrique de E par rapport à A.

a- $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}$ =

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AE}$.

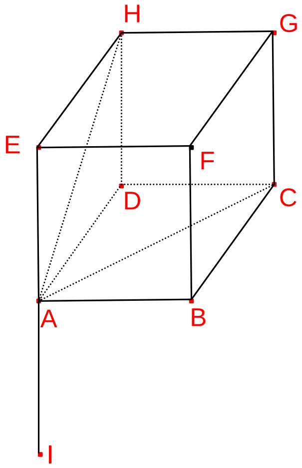
C. $\overrightarrow{AI}$

b- $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$ =

A. 0.

B. 1.

C. $\sqrt{3}$.



Exercice 2 : (5.5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(-1, 0, 1) ; B(1, 4, -1) ; C(3, -4, -3) et D(4, 0, 4)

1) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
2) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.
3) a- Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   b- En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
4) Calculer d(O, (AB))
5) Calculer le volume V du tétraèdre ABCD.

Exercice 3 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{x^2+2x+5}$, on désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que la droite x=-1 est un axe de symétrie de C.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) a- Montrer que la droite $\Delta : y = x+1$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$.
   b- Tracer C.
4) On désigne par g la restriction de f à l'intervalle $[-1,+\infty[$.
   a- Montrer que g réalise une bijection de $[-1,+\infty[$ sur $[2,+\infty[$.
   b- Montrer que pour tout $x \in [2,+\infty[$ on a : $g^{-1}(x) = -1+\sqrt{x^2-4}$.
   c- Tracer la courbe C' de g^{-1}.

Exercice 4 :(4.5 points)

Soit f la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x) = tg^2(x)$.

1) Montrer que f est une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur $[0,+\infty[$.
2) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que pour tout $x \in]0,+\infty[$ $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{2(1+x)\sqrt{x}}$.
3) Pour tout $x \in]0,+\infty[$ on pose $g(x) = f^{-1}(x^2)+f^{-1}(\frac{1}{x^2})$.
   a- Montrer que g est dérivable sur $]0,+\infty[$ et calculer $g'(x)$.
   b- En déduire que pour tout $x \in]0,+\infty[$ on a : $f^{-1}(x^2)+f^{-1}(\frac{1}{x^2}) = \frac{\pi}{2}$.