

<a href="http://afimath.jimdo.com/">http://afimath.jimdo.com/</a>	Devoir de contrôle N°2	11-02-2008
4SC –exp	Mathématiques -2H	

### Exercice 1 (6points) :

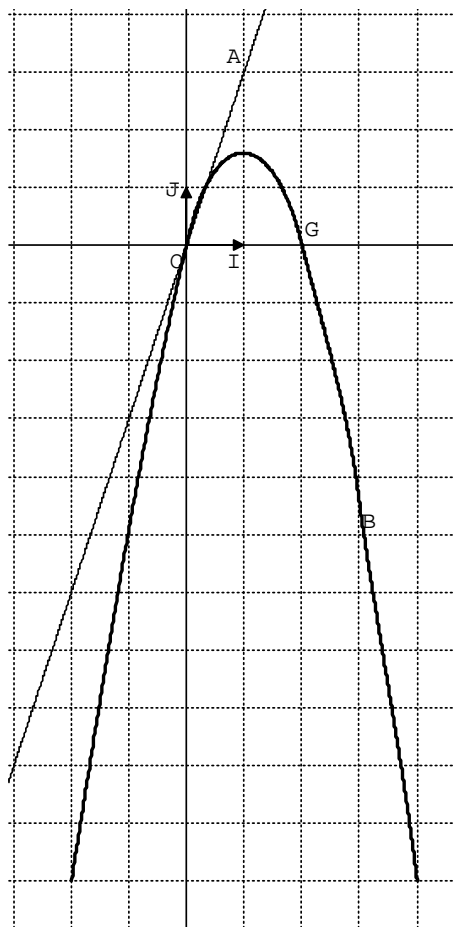
Pour chacune des affirmations suivantes, numérotées de 1 à 6, dire si elle est vraie ou fausse, sans justification.

- une réponse exacte rapporte un point .
- une réponse inexacte enlève 0,5 point.
- une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève rien.

Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

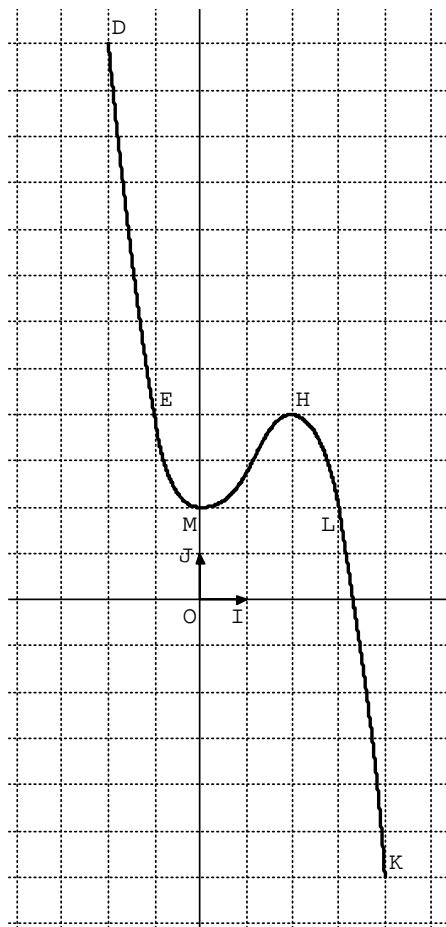
Soient  $f$  une fonction définie et dérivable sur l'intervalle  $[-2; 4]$  et  $F$  une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[-2;4]$ . Le plan  $(P)$  est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{OI}, \vec{OJ})$ .

La courbe  $(C)$  ci-dessous est la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan  $(P)$ .



On précise que les points  $B(3; -4,5)$ ,  $O(0,0)$  et  $G(2,0)$  sont des points de la courbe  $(C)$  et que la

La courbe  $(\Gamma)$  ci-dessous est la courbe représentative de la fonction  $F$  dans le plan  $(P)$ .



On précise que les points  $D(-2,12)$  ;  $E(-1,4)$  ;  $M(0,2)$  ;  $H(2,4)$  ;

droite (OA) est tangente en O à la courbe (C) où A(1;3) .	K(4;-6) ; L(3,2) sont des points de la courbe $\Gamma$ .
---	--

1. La courbe (C) est la courbe représentative de la fonction dérivée de la fonction F.
2.  $f'(0)=-3$ .
3.  $F(2)=0$ .
4. La fonction  $f$  est négative ou nulle sur l'intervalle  $[1 ; 4]$ .
5. La fonction  $f$  est positive ou nulle sur l'intervalle  $[0 ; 2]$ .
6. Le coefficient directeur de la tangente en L à la courbe  $\Gamma$  est -4.

### Exercice 2 (5 points) :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]1, +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$  .

- 1) Dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 2) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $]1, +\infty[$  sur un intervalle  $I$  que l'on déterminera.
- 3) a) Calculer  $f(\sqrt{2})$  puis  $(f^{-1})'(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ .  
 b) Expliciter  $(f^{-1})'(x)$  pour tout  $x \in I$ .  
 c) Retrouver, alors,  $(f^{-1})'(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ .

### Exercice 3 (4,5points) :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soient les points A(3,0,1) , B(0,-1,2) et C(1,-1,0).

1. Donner les composantes du vecteur  $\vec{N} = \overline{AB} \wedge \overline{AC}$  . En déduire une équation cartésienne du plan  $P=(ABC)$ .
2. Soit le point D(1,1,-2). Calculer le produit mixte suivant :  $\overline{DA} \cdot (\overline{DB} \wedge \overline{DC})$  .
- 3.a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  passant par D et dont un vecteur directeur est  $\vec{N}$  .  
 b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de  $\Delta$  avec le plan P.  
 c) Calculer la distance du point D au plan P par deux méthodes différentes.

### Exercice 4 : (4 ,5points) :

Pour chacune des affirmations suivantes, numérotées de 1 à 6, dire si elle est vraie ou fausse, sans justification.

- une réponse exacte rapporte 0,75 point .
- une réponse inexacte enlève 0 ,5 point.
- une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève rien.

Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

1. Soient  $A$  et  $B$  deux points distincts de l'espace.

L'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $\|\overline{MA}\| = \|\overline{MB}\|$  est :

- a) l'ensemble vide                      b) un plan                      c) une sphère.

2. On considère les points  $E(0; 1; -2)$  et  $F(2; 1; 0)$ .

Les coordonnées du barycentre  $G$  de  $(E; 1)$  et  $(F; 3)$  sont :

- a)  $G(6; 4; -2)$                       b)  $G(1,5; 1; -0,5)$                       c)  $G(0,5; 1; 1,5)$

3. Soit  $D$  la droite de représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3t \\ z = -3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ .

On considère les points  $A(2; 3; -3)$ ,  $B(2; 0; -3)$  et  $C(0; 6; 0)$ . On a :

- a)  $D = (AB)$                       b)  $D = (BC)$                       c)  $D \neq (AB)$  et  $D \neq (BC)$  et  $D \neq (CA)$ .

4. Les droites de représentations paramétriques respectives

$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  et  $\begin{cases} x = -t' \\ y = -2 - \frac{3}{2}t' \\ z = 3 + t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$  admettent comme point commun :

- a)  $I(3; 0; 2)$                       b)  $J(2; 1; 1)$                       c)  $K(0; 2; -3)$

5. Soit la droite  $D$  dont une représentation paramétrique est :

$\begin{cases} x = -4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  et le plan  $P$  dont une équation est :  $x - 2y + 5z - 1 = 0$ .

- a)  $D$  est perpendiculaire à  $P$                       b)  $D$  et  $P$  sont parallèles  
c)  $D$  est sécant à  $P$  et non perpendiculaire à  $P$ .

6. L'ensemble des points  $M(x, y, z)$  de l'espace tels que :

$x - y + 2z - 1 = 0$  et  $-2x + 4y - 4z + 1 = 0$  est :

- a) l'ensemble vide                      b) une droite                      c) un plan

**BON TRAVAIL**