

Exercice 1 (3 points)

• Pour Chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La fonction $x \mapsto \tan(\sin x)$ est dérivable sur \mathbb{R} et sa dérivée est :

- a) $x \mapsto 1 + \tan^2(\sin x)$
- b) $x \mapsto \sin x (1 + \tan^2(\cos x))$
- c) $x \mapsto 1 + \tan^2(\cos x)$
- d) $x \mapsto \cos x (1 + \tan^2(\sin x))$

2) Soit f une fonction dérivable sur $[-2, 3]$ telle que $4 \leq f'(x) \leq 6$ alors :

- a) $20 \leq f(3) - f(-2) \leq 30$
- b) $-8 \leq f(3) - f(-2) \leq 18$
- c) $4 \leq f(3) - f(-2) \leq 6$
- d) $-2 \leq f(3) - f(-2) \leq 3$

3) L'équation $z^2 - (2+i)z + 2i = 0$ admet pour solutions dans \mathbb{C}

- a) $\{1, i\}$
- b) $\{-2, i\}$
- c) $\{2, i\}$
- d) $\{-1, -2i\}$

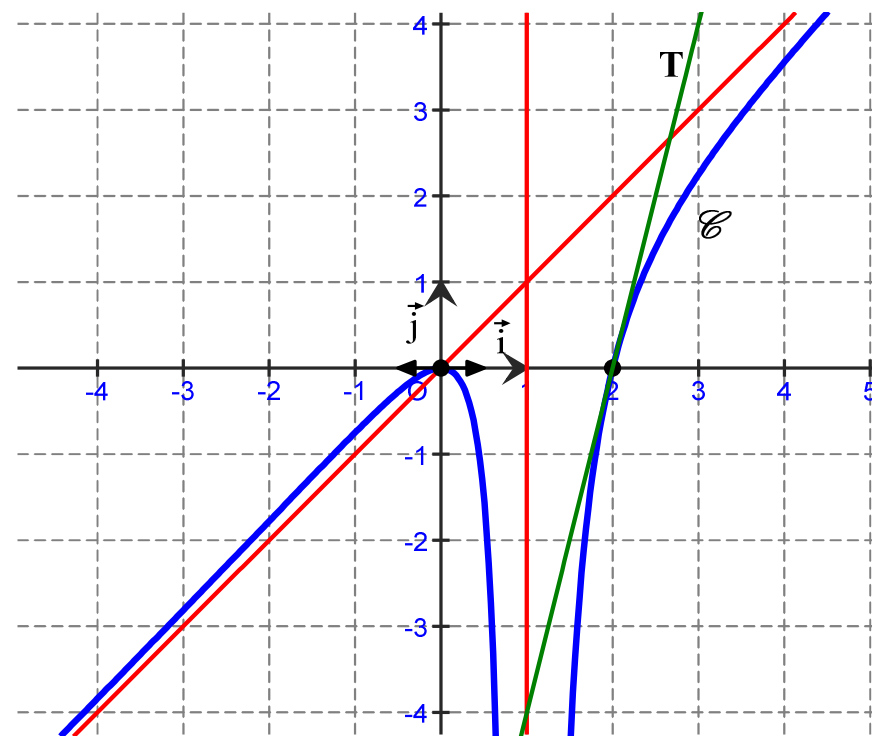


Exercice 2 (4 points)

La courbe (\mathcal{C}) ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Les droites d'équations $x = 1$ et $y = x$ étant des asymptotes à (\mathcal{C})

La droite T est la tangente à (\mathcal{C}) au point d'abscisse 2.



En utilisant le graphique, Déterminer :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x)$
- 3) $f'(0)$ et $f'(2)$.
- 4) Le tableau de variation de f .
- 5) Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .



Exercice 3 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $]3, +\infty[$ par : $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 9}$
 et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 3.

Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que pour $x \in]3, +\infty[$, $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}}$

c) Montrer que f est une bijection de $]3, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

2) a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]3, +\infty[$

b) Calculer $f(5)$ et $(f^{-1})'(9)$.

c) Ecrire une équation de la tangente à la courbe de f^{-1} au point d'abscisse 9.

3) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x$ est une asymptote à (\mathcal{C}) au voisinage de $+\infty$

4) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour $x \in]3, +\infty[$.



Exercice 4 (6 points)

1) a) Ecrire $(3-i)^2$ sous la forme algébrique.

b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - (7+7i)z - 2 + 26i = 0$

2) Soit $f(z) = z^3 - (6+7i)z^2 + (-9+19i)z - 2 + 26i$

a) Vérifier que $f(-1) = 0$

b) Déterminer les nombres complexes b et c tels que

$$f(z) = (z+1)(z^2 + bz + c)$$

c) Résoudre alors l'équation $f(z) = 0$

3) Soient dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , les points $A(-1)$, $B(3i)$, $C(2+4i)$ et $D(5+3i)$.

Montrer que $AB = CD$ et $(BC) \parallel (AD)$

