http://afimath.jimdo.com/	***DEVOIR DE SYNTHESE***	***Année Scolaire*** 2010-2011
AFIF BEN ISMAIL	***N°1***	***Classe :4^{ième} Sc :***
MATHEMATIQUES		***Durée : 3heures***

EXERCICE N°1

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la proposition qui vous semble exacte, sans justifier votre choix

1) $\ln\left(16e^2\right)-2\ln\left(8\sqrt{e}\right)$ est égale à :

a) $1-2\ln 2$ b) $16\ln e^2-16\ln\sqrt{e}$ c) $1+\ln 2$.

2) la limite en $+\infty$ de la fonction $f(x)=x\ln(\dfrac{x}{x+1})$ est

a) $+\infty$ b) -1 c) 0

3) $\displaystyle\int_1^2 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ est égale à :

a) $\dfrac{\ln 2-\ln 1}{2}$ b) $\dfrac{\ln 5-\ln 2}{2}$ c) $\dfrac{\ln 2-\ln 5}{2}$

EXERCICE N°2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct (O, i , j , k). On considère les points

A (1, 0 , 2) ; B (0, 0 , 1) ; C (O, 1 , m) et E (0 , m-1 , 3) ou m est un paramètre réel

1) a/ Calculer les composantes de vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

b/ Montrer qu'une équation de plan (ABC) est P_m : -x + (m-1) y +z -1 = 0

2) a/ Montre que le volume de tétraèdre EABC est égal à $\dfrac{1}{6}\left|m^2-4m+5\right|$

b/ Déterminer la valeur de m pour la quelle le volume de tétraèdre EABC est minimal

3) Soit S la sphère e centre I (1 , 1 , 0) et de rayon $\sqrt{2}$

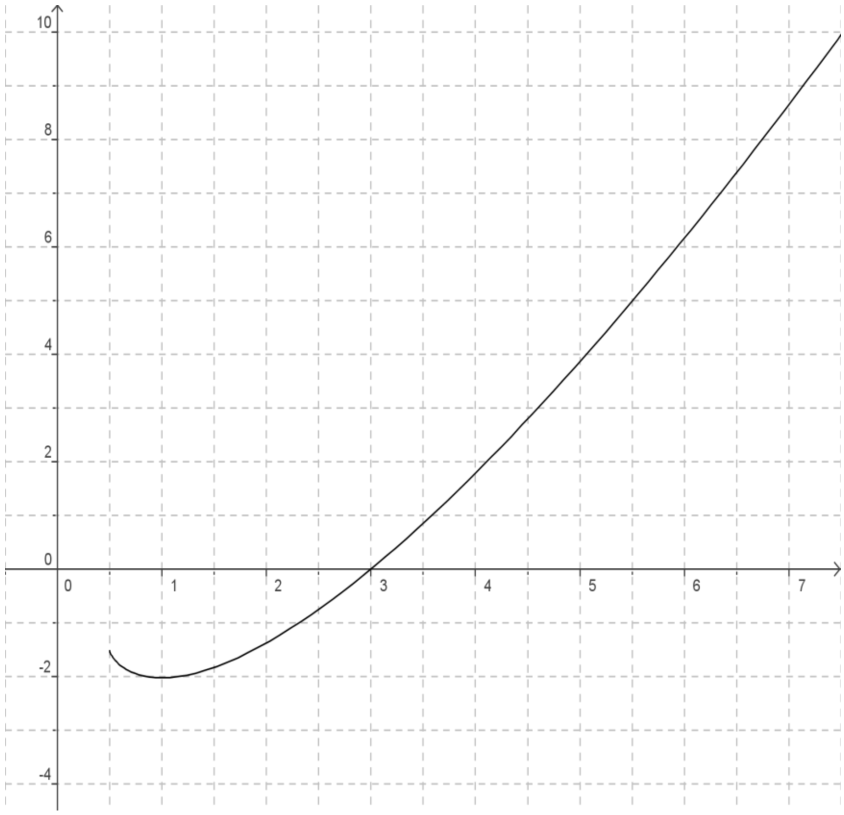
a/ Etudier, suivant les valeurs de m , la position relative de S et le plan (ABC)

b/ Montrer que l'intersection de S et P_3 est un cercle que l'on précisera

EXERCICE N°3

La courbe (C) ci-dessous représente une fonction F définie et dérivable sur l'intervalle $J = \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

On sait que (C) coupe l'axe des abscisses au point (3 ; 0) et a une tangente horizontale au point (1 ; –2).
On note f la fonction dérivée de F.



(C)

1) a/ A l'aide du graphique, donner les variations de F et en déduire le signe de f.
   b/Donner f(1), F(1) et F(3). Préciser le signe de f(3).

   c. Calculer $\int_1^3 f(x)\,dx$.

2) Trois fonctions f_1 , f_2 et f_3 sont définies sur l'intervalle J par :

   $f_1(x) = (x^2 - x + 1)$; $f_2(x) = \ln(2x - 1)$ et $f_3(x) = -1 + \frac{1}{2x-1}$

   Une de ces trois fonctions est la fonction f.

   a/ Etudier le signe de f_1 sur l'intervalle J.

b/ Résoudre l'équation $f_2(x) = 0$ sur l'intervalle J.
c/ Calculer $f_3(1)$.
d/ Calculer $\int_1^3 f_3(x)\,dx$.
e/ En déduire la fonction f.

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = 2x - x\ln x & si \quad x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

La figure ci-dessous donne la courbe représentative C_f de la fonction *f* dans un repère

orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

La courbe C_f coupe l'axe des abscisses en *O et* en *B*.

La tangente au point *A* à la courbe C_f est parallèle à l'axe des abscisses

1) a/ Montrer que f est continue en 0

b/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 ; interpréter graphiquement le résultat

c/ Déterminer l'abscisse du point *B*

2) a/ Montrer que pour tout $x > 0$; $f'(x) = 1 - \ln x$

b/En déduire les coordonnées du point A

c/ Dresser alors le tableau de variation de f sur $]0, +\infty[$

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[e, +\infty[$, on désigne par C_f^{-1} sa courbe représentative

a/ Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $]-\infty, e]$

b/ Tracer la courbe C_f^{-1} dans le même repère

4)Soit le point C (0 , e²) ; et $\mathcal{A}$ l'aire du domaine limité par les droites des coordonnés , l'arc (AB) de la courbe C_f et l'arc (AC) de la courbe C_f^{-1}

a/ Hachurer $\mathcal{A}$

b/ A l'aide d'une intégration par parties calculer : $I = \int_e^{e^2} x\ln dx$

c/ En déduire la valeur de $\mathcal{A}$

<u>Annexe à rendre avec la copie</u>

Nom :………………………………………….   Classe :………………………

Prénom :…………………………………………