

Exercice 1 (4 points)

- Pour Chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- La fonction f est définie et dérivable sur $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$.

(\mathcal{C}) sa courbe représentative.

Son tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$
f'(x)		$+\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$
	1		2		

1. Le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $f(x) = 1$ est :

a. aucune b. une c. deux

2. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

a. f' est négative sur $[-5, -2]$ b. f est monotone sur $[4, 6]$

c. f' est négative sur $[1, 2]$

3. Parmi les équations de droites suivantes, laquelle est celle d'une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) ?

a. $y = 1$

b. $x = 1$

c. $y = -1$

4. Parmi les fonctions suivantes, laquelle est définie sur $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

a. $\frac{1}{f(x)}$

b. $\sqrt{f(x)}$

c. $\frac{f(x)}{x^2 + 3}$

**Exercice 2** (6 points)

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 7 = 0$

2. Soit f l'application de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définie par :

$$f(z) = z^4 + 2\sqrt{3}z^3 + 8z^2 + 2\sqrt{3}z + 7$$

- a. Calculer $f(i)$ et $f(-i)$.

- b. Montrer que $f(z) = (z^2 + 1)P(z)$ où P est un polynôme de second degré que l'on déterminera.

- c. Résoudre alors dans \mathbb{C} l'équation $f(z) = 0$.

3. Soient A, B, C et D les points d'affixes respectives

$$z_A = i ; z_B = -i ; z_C = -\sqrt{3} + 2i \text{ et } z_D = -\sqrt{3} - 2i$$

- a. Ecrire $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$ et $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_B}$ sous la forme algébrique.

- b. En déduire que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle que l'on précisera.



Devoir De Synthèse N°1

Mathématiques

4^{ème} T₁₋₂
2 Heures
2/2

Exercice 3 (6 points)

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1. a. Dresser le tableau de variation de g .
- b. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α .
- c. Vérifier que $\alpha \in]1,6 ; 1,7[$.
- d. En déduire le signe de $g(x)$.

2. Soit f la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$

Soit \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

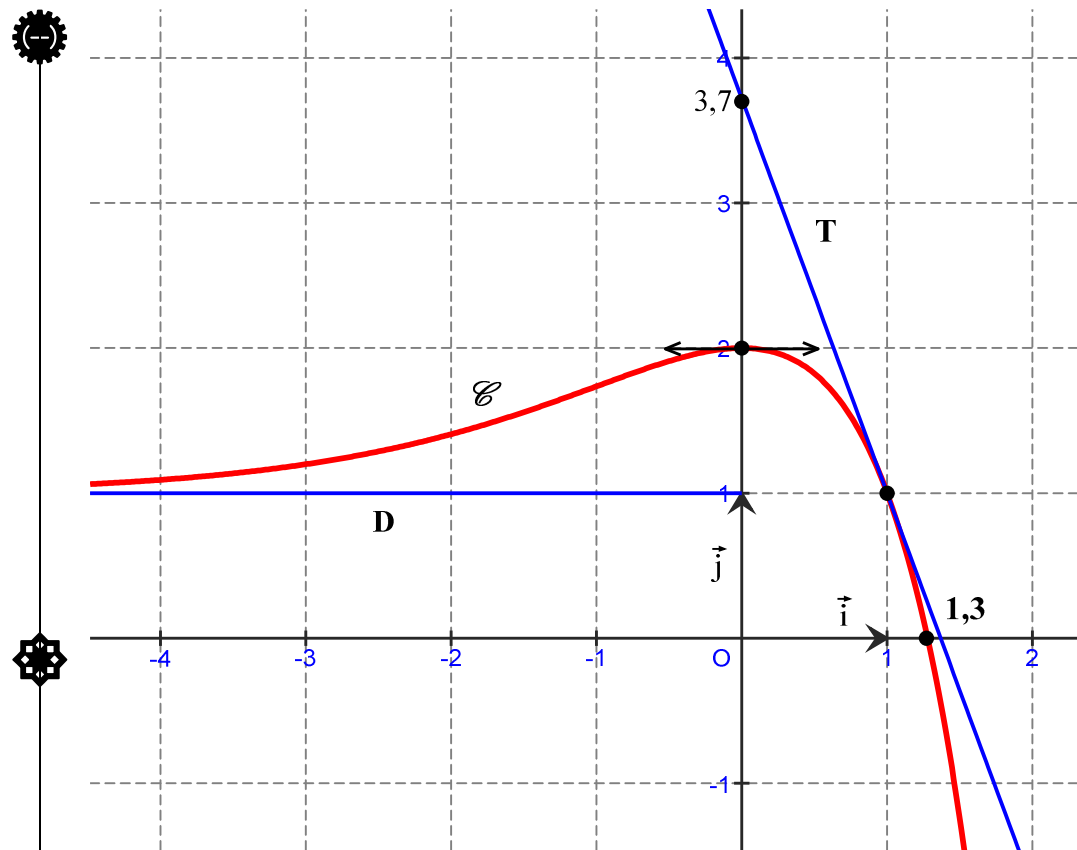
- a. Calculer $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- b. Déterminer les asymptotes à la courbe \mathcal{C} .
3. a. Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$.
- b. Dresser alors le tableau de variation de f .
4. Ecrire une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.

Exercice 4 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe \mathcal{C} représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

- La droite T est la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 1.
- La droite $D : y = 1$ est une asymptote à \mathcal{C} au voisinage de $-\infty$.
- \mathcal{C} admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
- \mathcal{C} admet une seule tangente horizontale.



En utilisant le graphique, Déterminer :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
2. $f'(0)$ et $f'(1)$.
3. Le tableau de variation de f .
4. Le signe de $f(x)$.