Devoir de s nthèse n° 3

EXERCICE N° 1 (4 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en Tunisie de2000 à 2008. X désigne le rang de l'année et Y le pourcentage de logiciels piratés.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage : Y	85	78	73	66	57	51	47	44	43

1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique (X , Y) dans un repère orthogonal.

2/ Calculer le coefficient de corrélation r. Un ajustement affine est-il fiable ? Si oui, déterminer la droite de régression de Y en X et la construire. Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

3/ Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. Pour cela, on pose $Z = ln(Y)$.

a) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en$X$. En déduire l'expression de Yen fonction de X

b) Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

4/ On admet que la fonction f définie sur $[\,0 , +\infty[$ par : $f(t) = 85e^{-0,093t}$ est une modélisation satisfaisante de l'évolution du pourcentage de logiciels piratés depuis 2000 .

Etudier le sens de variation de f sur $[\,0 , +\infty[$ et construire sa courbe (C_f) dans le même repère .

EXERCICE N° 2 (5 points)

On dispose d'une urne U contenant 4 boules blanches et 3 boules noires et deux dés D_1 et D_2 . Les faces de D_1 sont numérotées « 1,1,1,1,2,2 » et les faces de D_2 sont numérotées « 1,1,2,2,2,2 ».

1/ On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne U .

a / Soit l'événement A : « Obtenir 2 boules noires » . Montrer que $p(A) = \frac{12}{35}$

b/ Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage ,le nombre de boules noires obtenues . Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance et la variance de X .

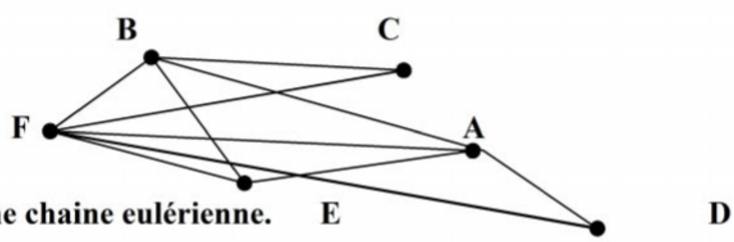
2/ On répète l'expérience précédente 5 fois de suite en remettant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants : B « Obtenir au moins une fois 2 boules noires » , C « Obtenir 2 boules noires pour la première fois au $3^{\text{ième}}$ tirage ».

3/ On tire une boule de l'urne U, si elle est blanche on lance 2 fois de suite le dé D_1 , sinon on lance le dé D_2 deux fois de suite . On désigne par Y l'aléa numérique qui indique le produit des numéros obtenus. Déterminer la loi de probabilité de Y.

EXERCICE N° 3 (5 points)

Les parties A , B et C sont indépendantes

A// On considère le graphe G_1 :



1/ Justifier les affirmations suivantes :

a) Le graphe G_1 admet au moins une chaine eulérienne.

b) La chaine DABCFBEFAE n'est pas une chaine eulérienne de G_1 .

2/ Déterminer un sous-graphe complet de G_1 ayant le plus grand ordre possible.

3/ En proposant une coloration du graphe G_1 , déterminer son nombre chromatique.

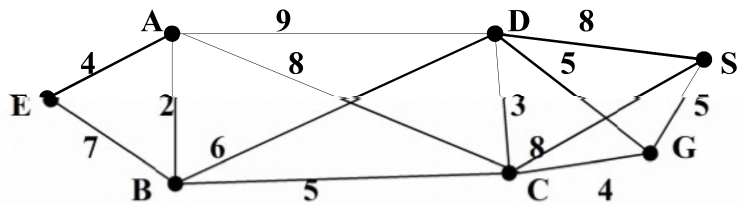
B// Soit la matrice M d'un graphe orienté G_2 dont les sommets A, B, C, D et E sont pris dans l'ordre alphabétique.

On donne $M =$ **et $M^3 =$**

1/ Construire le graphe G_2.

2/ Déterminer le nombre de chaines de longueur 3 reliant B à D. Les citer toutes.

C// Le graphe pondéré donne, en minutes, les durées des trajets existant entre les différentes stations du réseau des égouts.



Un ouvrier doit se rendre par ce réseau de la station E à la station S. Déterminer , en utilisant un algorithme, le trajet le plus rapide pour aller de E à S et préciser sa durée.

EXERCICE N° 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = (a + be^{-x})^2$ avec a et b deux réels . Dans l'annexe , (C_f) est sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(C_f) admet en $I(\ln 2 , \frac{1}{4})$ une tangente de coefficient directeur $\frac{1}{2}$

1/ a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b) Donner $f(0)$ et $f'(\ln 2)$ puis déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - e^{-x})^2 = e^{-2x} - 2e^{-x} + 1$

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites d'équations : $y = 0$, $x = 0$ et $x = \ln 2$

2/ a) Donner le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$ et justifier que cette restriction admet une fonction réciproque g définie sur $[0 ,1[$.

b) Donner $g(\frac{1}{4})$ et $g'(\frac{1}{4})$. g est –elle dérivable à droite en 0 ? Justifier.

b) Construire (C_g) , la courbe de g dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3/ Soit h la fonction définie sur $]-\infty ,0[$ par $h(x) = \ln(f(x))$.

a) Dresser le tableau de variation de h.

b) Montrer que Δ: $y = -2x$ est une asymptote oblique à (C_h) au voisinage de $(-\infty)$.

c) Construire Δ et (C_h) la courbe de h dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat

Nom et prénom :……………………………….

Annexe à rendre avec la copie

Classe : 4 Info