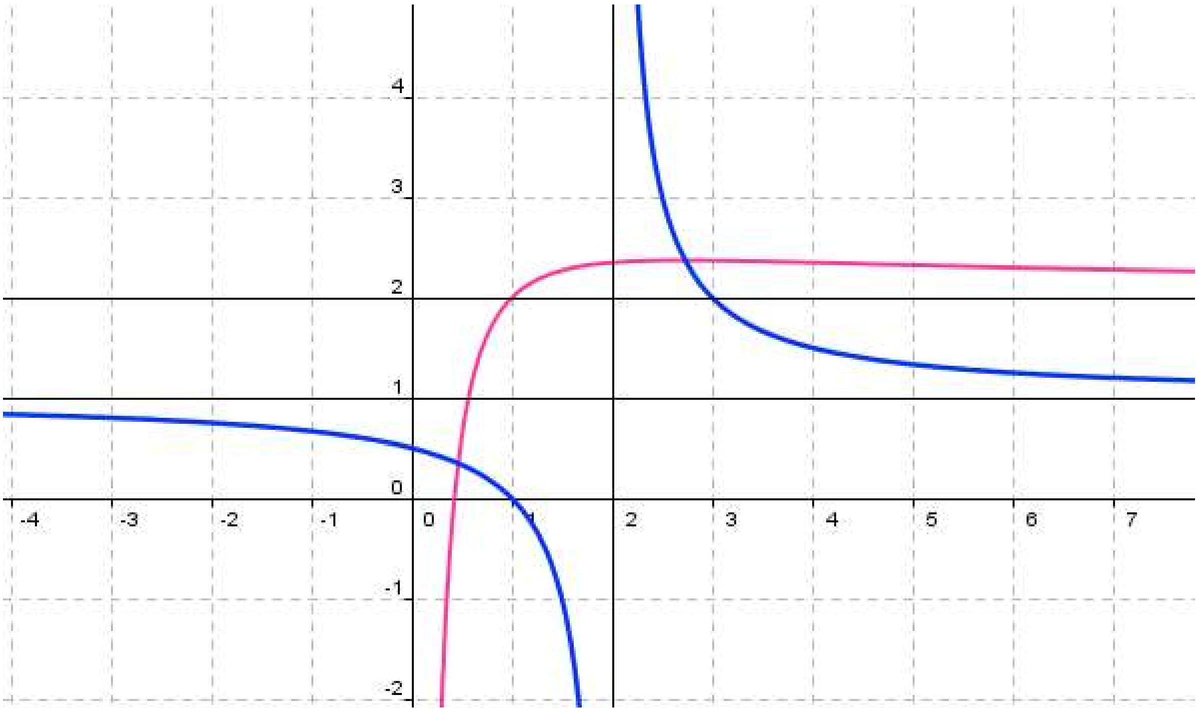
Exercice 1(4 points) :

On donne la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par

$f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}$ et celle de g définie sur $]0,+\infty[$ .On considère la fonction h=g0f.



1) Justifier que f est continue sur $]2,+\infty[$ et déterminer : $f(]2,+\infty[)$.
2) Déterminer : $g(]0,+\infty[)$.
3) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

   f(x)=g(x) .
4) Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^+} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x)$.

Exercice 2 (6 points) :

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2+u_n} \quad \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$.

1) a)Calculer u_1 et u_2
b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) a)Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \succ 0$
b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.
3) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{u_n}{1+u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
   a) Calculer v_0 et montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   b) Déterminer la limite la suite (v_n).
   c) Montrer que : $u_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1} \quad \forall \in \mathbb{N}$.
   d) Retrouver la limite de la suite (u_n).

Exercice 3(5 points) :

1) Calculer $(2+i)^2$.
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2(1+2i)z - 6 = 0$.
3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .On considère les points A (-1+i) et B (3+3i).
   a) Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.
   b) Déterminer z_C pour que le quadrilatère OACB soit un rectangle.

Exercice 4(5 points) :

1) L'équation : 168 x+20 y=6 admet –elle des solutions entières ?
2) Soit l'équation (E):8x+25y=1.
   a) Vérifier que (-3,1) est une solution particulière de (E).
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation(E).
   c) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation : 8x+25y=5.

BON TRAVAIL