	Devoir de Synthèse N°1	*Professeur* : AFIF BEN ISMAIL
Date : 2010-2011		*Epreuve* : Mathématiques
Classe : 4 Sc.inf		*Durée* : 2 heures

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 : (4 points)

On considère l'équation (E) d'inconnue (x, y) élément de $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$: $11x-24y=1$

1) Justifier, à l'aide de l'énoncé d'un théorème, que cette équation admet au mois une solution
2) En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de (E)
3) Résoudre l'équation (E)

Exercice 2 : (5 points)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{8} \\ u_{n+1} = (2-u_n)u_n \end{cases}$

On note f la fonction définie sur $[0,2]$ par $f(x) = (2-x)x$

On a représenté en annexe la fonction f et la droite d'équation $y = x$

1) Sans effectuer de calcul, construire sur la figure de la feuille annexe, les points de l'axe (Ox) ayant pour abscisses respectives u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5
   On laissera apparents les traits de constructions
2) a) Montrer que pour tout x de $]0,1[$, $0 < f(x) < 1$
   b) Démontrer que pour tout entier naturel n, $0 < u_n < 1$
3) a) Etudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$
   b) En déduire la convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ puis déterminer sa limite

Exercice 3 : (5 points)

Soit f et g les fonctions définies par : $f(x) = 3x^2-4x+1$ et $g(x) = -\dfrac{1}{x}$

1) Etudier les limites : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g\circ f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f\circ g(x)$
2) a) Préciser les domaines de définitions des fonctions $f\circ g$ et $g\circ f$
   b) Expliciter $f\circ g(x)$ et $g\circ f(x)$

Exercice 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-2x^3+x^2+2x+1}{1-x^2}$

On note ζ_f sa courbe représentative dans un repère

1) Etudier les limites de la fonction f aux bornes de son intervalle de définition
2) Vérifier que pour tout x de $]1,+\infty[$: $f(x) = 2x-1+\dfrac{2}{1-x^2}$
3) Quelle est l'expression de $f(x)$ la plus adéquate pour montrer que ζ_f admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique ? Quelle est son équation ?
4) La courbe ζ_f admet une deuxième asymptote. Quelle est son équation ?
5) Voici le tableau de variation de f
   a) Recopier le tableau et faire figurer les limites trouvées dans ce tableau
   b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $\left]\dfrac{6}{5},\dfrac{9}{5}\right[$
   c) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}

x	1 $\qquad$ $+\infty$
f(x)	$\nearrow$