

N.B: le sujet d'examen est composé de 3 pages .la feuille annexe 3 est a rendre avec votre copie

EXERCICE 1: 4 points

Cocher la réponse exacte (les cases seront cochées dans la feuille annexe 3)

1- soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 5}$; alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est :

- a) $+\infty$
- b) 1
- c) 0

2- l'équation $x^3 + x + 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle :

- a) $[0,1]$
- b) $[-1,0]$
- c) $[1,2]$

3- l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est :

- a) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
- b) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$
- c) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

4- le déterminant de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est :

- a) 0
- b) 1
- c) -1

EXERCICE 2: 6 points

la courbe ci contre est celle d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .(voir **figure 1**)

- T est la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
- la droite $y=2$ est une asymptote a la courbe C_f
- la droite $y=0$ est une asymptote a la courbe C_f

1- donner graphiquement

a- $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b- l'équation de la tangente T. en déduire que $f'(0) = 1$

c- la position relative de la courbe C_f par rapport a T

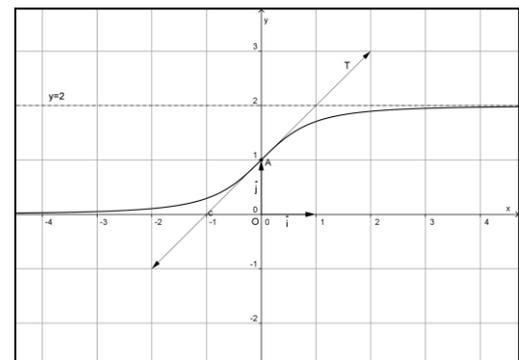
d- le signe de f(x) pour tout réel x de $]0, +\infty[$

2- montrer que la fonction f réalise une bijection de \mathbb{R}

sur un intervalle J que l'on déterminera . on note f^{-1} la fonction réciproque de f

3- tracer dans le même repère la courbe représentative de f^{-1}

4- montrer que f^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(f^{-1})'(1)$.



(**figure 1**)

EXERCICE 3:6 points

1- soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

a- calculer $f(0)$ et $f(1)$

b- calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c- vérifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$

d- on appliquant le **théorème des accroissement finis** montrer que l'équation $4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ admet au moins une solution x_0 dans $]0,1[$.

2- on considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

a-dresser le tableau de variations de la fonction g

b-en déduire l'unicité de la solution x_0 de l'équation $4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$

3- on désigne par C_g la courbe représentative de la fonction g

a- montrer que la courbe C_g admet un point d'inflexion au point A d'abscisse $\frac{1}{4}$

b- écrire l'équation de la tangente a la courbe C_g au point A

c- tracer C_g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

EXERCICE 4:4 points

On considère la matrice carré M suivante $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1- calculer M^2

2- vérifier que $M^2 = M + 2I_3$, ou I est la matrice unité d'ordre 3.

3- En déduire que la matrice M est inversible et donner l'expression de M^{-1}

$\frac{2}{3}$

feuille annexe a rendre avec votre copie

NOM

PRENOM

CLASSE

EXERCICE 1

Cocher la réponse exacte :

1- soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 5}$; alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est :

a) $+\infty$

b) 1

c) 0

2- l'équation $x^3 + x + 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle :

a) $[0,1]$

b) $[-1,0]$

c) $[1,2]$

3- l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ est :

a) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

c) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

4- le déterminant de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est :

a) 0

b) 1

c) -1

EXERCICE 2

