

**EXERCICE N°1 : (3 points)**

**Q.C.M.** Trouver la seule bonne réponse.

1) Soit la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $U_n = (-\frac{3}{4})^n$

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$

2) la forme algébrique de  $(2 - 3i)^2$  est :

a)  $5 - 12i$

b)  $-5 + 12i$

c)  $-5 - 12i$

3) L'image de l'intervalle  $[-1, 4]$  par la fonction  $x \rightarrow x^2$  est

a)  $[0, 4]$

b)  $[-1, 4]$

c)  $[1, 4]$

**EXERCICE N°2 : (7 points)**

Soit  $(U_n)$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{U_n + 2} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) a – Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ; on a  $-1 < U_n < 3$ .

b – Montrer que la suite  $(U_n)$  est croissante.

c – En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente et calculer sa limite .

2) Soit  $V$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$

a – Montrer que  $V$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b – Calculer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

3) a – Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ; on a :  $U_n \geq 1$

b – Vérifier que  $3 - U_{n+1} = \frac{1}{U_n + 2} (3 - U_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

c – En déduire que  $3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{3} (3 - U_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

d – Montrer que  $3 - U_n \leq \frac{1}{3^n} (3 - U_0)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

e – Retrouver alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

**Exercice n°3 : (5 points)**

Soit la fonction  $f$  définie par : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\cos \pi x}{1-x} & \text{si } x \in ]-\infty, 0[ \\ f(x) = x^3 - 12x + 1 & \text{si } x \in [0, 2[ \\ f(x) = 1 + x - \sqrt{x^2 - 4} & \text{si } x \in [2, +\infty[ \end{cases}$$

1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) a – Montrer que pour tout  $x < 0$ , on a :  $\frac{1}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{1}{1-x}$ .

b – Déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

3) a – Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution  $\alpha \in ]0, 1[$ .

b – déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.

**Tournez la page s.v.p**

#### **EXERCICE N°4 : (5 points)**

1) Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on donne les points A, B et C d'affixes respectives  $\sqrt{3} + i$ ,  $-\sqrt{3} + i$  et  $2i$

Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

2) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $z^2 - 2iz - 4 = 0$ .

3) Soit  $p(x) = z^3 - 4iz^2 - 8z + 8i$

a) Vérifier que  $p(2i) = 0$ .

b) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que  $p(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$

c) Résoudre alors l'équation  $p(z) = 0$

<http://afimath.jimdo.com/>