http://afimath.jimdo.com/	*Devoir de Contrôle N°1*	*Professeur* : AFIF BEN ISMAIL
Date 2010-2011		*Epreuve* : Mathématiques
Classes : 4 Sc.Inf		*Durée* : 2 heures

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 *:* (4 points)

Répondre par *vrai* ou *faux* sans justifier aux affirmations suivantes :

Le barème est le suivant :

1 point *pour la bonne réponse,* ***0 point*** *pour une absence de réponse et* ***– 0,5 point*** *pour une réponse fausse. Si le résultat global est négatif la note attribuée à l'exercice est amenée à 0*

1) Si une suite n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$
2) Si une suite est croissante alors elle tend vers $+\infty$
3) Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle n'est pas majorée
4) Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle est croissante

Exercice 2 *:* (7 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $3u_{n+1} = u_n + 4$

1) Calculer u_1 et u_2
2) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 2$
3) Montrer que (u_n) est une suite décroissante.
4) Montrer que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.
5) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2$.
   Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
   En déduire l'expression de v_n en fonction de *n*.
6) Soit $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ et $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$
   Déterminer l'expression de S_n, puis l'expression de T_n en fonction de *n*.
7) Déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to\infty} T_n$

Exercice 3 *:* (3 points)

1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer le PGCD de 660 et 1419
2) Trouver un couple (u, v) d'entiers relatifs tels que :
   $$660u + 1419v = d$$
   d désignant le PGCD de 660 et 1419
3) Peut-on trouver deux entiers relatifs *x* et *y* tels que $660x + 1419y = 3$?

Exercice 4 *:* (3 points)

1) Soit *a* et *b* deux entiers non nuls. On appelle *d* leur PGCD.
   On note a' et b' les entiers définies par $a = da'$ et $b = db'$.
   Démontrer que a' et b' sont premiers entre eux
2) Déterminer l'ensemble des couples (a, b) d'entiers naturels admettant pour somme 54 et pour PGCD 6.

Exercice 5 *:* (3 points)

1) Vérifier les congruences : $2^5 \equiv -1[11]$ et $3^5 \equiv 1[11]$
2) En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $2^{10n+5} + 3^{10n+5}$ est divisible par 11