Mathématiques http://afimath.jimdo.com/	# SUITES RÉELLES	*Classe :4éme inf* *Prof* AFIF BEN ISMAIL

" Le savoir que l'on ne complète pas chaque jour diminue tous les jours. "

Exercice 1(QCM)

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n) qui vérifient la propriété suivante :

« Pour tout entier naturel n strictement positif : $u_n \leq v_n \leq w_n$ »

1) Si la suite (v_n) tend vers $+\infty$, alors :

a) La suite (w_n) tend vers $+\infty$

b) la suite (u_n) est majorée

c) la suite (u_n) tend vers $+\infty$

2) Si $u_n > 1$, $w_n = 2u_n$ et $\lim (u_n) = 1$,alors :

a)$\lim (v_n) = 2$

b) La suite (w_n) tend vers $+\infty$

c) On ne sait pas dire si la suite (v_n) a une limite ou non.

3) Si $\lim (u_n) = -1$ et $\lim (w_n) = 1$, alors :

a)$\lim (v_n) = 1$

b)$\lim (v_n) = 0$

c)On ne sait pas dire si la suite (v_n) a une limite ou non.

4) Si $\lim (u_n) =-1$ et $\lim (v_n) = 1$, alors :

a)$\lim (w_n) = 1$

b) $\lim (v_n) = 0$

c)On ne sait pas dire si la suite (v_n) a une limite ou non.

Exercice 2(Vrais ou Faux)

1) (u_n) une suite vérifie pour tout *entier naturel* n: $|u_n - 2| < (0,1)^n$

a)(u_n) est bornée. b) (u_n) tend vers 2 c)(u_n) est croissante

2) Une suite (v_n) qui vérifie pour tout *n* $\frac{v_{n+1}}{v_n} < 1$ est strictement décroissante.

3) Toute suite est bornée est convergente.

4) Toute suite convergente est bornée.

5) Toute suite non minorée tend vers.$-\infty$

Exercice 3

Les trois questions sont indépendantes

1) Déterminer la monotonie des suites définies par leur terme général

a)$u_n = n^2 - n$

b) $v_n = \frac{n}{2^n}$ (on pourra comparer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ et 1).

c) $w_n = -n + \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}$.

2) Déterminer la limite des suites définies par leur terme général

a)$\mathrm{u_n} = 3^{\mathrm{n}} + 3^{\mathrm{n+2}} - 3^{\mathrm{n+3}}$

b)$\mathrm{v_n} = \mathrm{n} - \sin \mathrm{n}$

c)$\mathrm{w_n} = 2^{\mathrm{n}} - 3^{\mathrm{n}}$

3) (u_n) est la suite définie sur ℕ par $u_n = 2 - \frac{3}{n^2+1}$. Déterminer le sens de variation de cette suite.

Préciser sa limite.

Exercice 4

On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par : $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+\sqrt{k}} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{n+\sqrt{n-1}} + \frac{1}{n+\sqrt{n}}$.

1) Montrer que, pour tout entier naturel n on a : $\frac{n}{n+\sqrt{n}} \leq u_n \leq \frac{n}{n+1}$.

2) En déduire que la suite (u_n) est convergente et préciser sa limite.

Exercice 5

Soit la suite (u_n) définie sur ℕ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$.

1) Représenter graphiquement les six premiers termes de u_n. Quelles conjectures émettez-vous ?

2) Montrer que, pour tout n, u_n n'est pas nul.

3) Soit la suite (v_n) définie sur ℕ par $v_n = 1 + \frac{2}{u_n}$.

a)Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.

b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire u_n en fonction de n.

c) Déduire la limite de la suite (u_n)

Exercice 6

On considère la suite (u_n) définie par $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{nu_n + 4}{n+1}$.

1) Calculer u_2.

2) Démontrer que la suite (v_n) définie par $v_n = n\,u_n$ est une suite arithmétique.

3) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

4) En déduire la monotonie de la suite (u_n).

Exercice 7

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 3 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

1) Etudier la monotonie de la suite (u_n).

2) a) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n > n^2$.

b)Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

3) Conjecturer une expression de u_n en fonction de n, puis démontrer la propriété ainsi conjecturée.

Exercice 8

On définit une suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1 \end{cases}$.

1) Calculer u_1, u_2, u_3. La suite (u_n) est-elle croissante ou décroissante?

2) On pose $v_n = u_n - 4n + 10$. Calculer v_0, v_1, v_2, v_3.

3) Montrer que la suite (v_n) est géométrique, en préciser la raison.

4) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

5) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

6)Quelle est la limite de (u_n)?

7)On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$. Donner l'expression de S_n en fonction de n.

Exercice 9

Soit la suite (u_n) définie par u_0 et $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n-1}$

1) Pour quelle(s) valeur(s) de u_0 a-t-on u_n constante ?

2) On prend $u_0 = 2$.

a) Calculer les 5 premiers termes de la suite.

b) Soit la fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Tracer sa courbe représentative φ dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

c) Représenter graphiquement la construction des premiers points de la suite u_n et conjecturer son comportement (sens de variation, majorant, minorant, limite)

Exercice 10

On considère la suite u_n définie par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{8} \\ u_{n+1} = u_n(2-u_n) \end{cases}$.

1)soit : $f(x) = x(2-x)$

a)Etudier f et tracer sa courbe representative P dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$

b) Construire sur l'axe des abscisses les points A_1, A_2, A_3 d'abscisses respectives u_1, u_2, u_3 .

2)a)Montrer par récurrence que $0 < u_n < 1$.

b) Montrer que u_n est croissante.

c) En déduire que et convergente et calculer sa limite.

3) On considère la suite $v_n = 1 - u_n$.

a)Montrer que $v_{n+1} = v_n^2$.

b) Montrer par récurrence que $v_n = \left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

c)En déduire l'expression de v_n puis celle de u_n .

d) Déterminer la limite de v_n puis retrouver celle de u_n .