Systèmes d'équations linéaires

Exercice 1

Soit A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

1) Montrer que A est inversible

2) Déterminer A^{-1}

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

$$\begin{cases} x+2y+3z=10 \\ 4x-5y+6z=8 \\ 7x+8y+9z=46 \end{cases}$$

Exercice 2

Soit A=$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1) Montrer que A est inversible

2)Vérifier que $A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

S: $\begin{cases} 4x+2y+z=-8 \\ y+z=2 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$

4) On considère l'application f de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(z)=z^3+az^2+bz+c$,où $a\,;b$, et c sont des réels .Déterminer $a\,;b$, et c sachant que f (2)= $f(1-i)=0$

5) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3-4z^2+6z-4=0$

6) le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(0;\vec{u};\vec{v})$; on désigne par A et B les points d'affixes respectives 2 et $1-i$

a)Montrer que le triangle OAB est rectangle en B

b)Soit C le symétrique de B par rapport a l'axes des abscisses ;

Montrer que OBAC est un carré.

Exercice 3

Soit A=$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -16 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

1)Calculer A^2 et A^3

2) En déduire que A est inversible puis déterminer son inverse

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

S: $\begin{cases} -2x + 3y - 16z = -20 \\ 4x + 5y + z = 21 \\ 2x + y - 3z = 9 \end{cases}$

Exercice 4

Soit A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & -12 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1)Calculer A^2 et A^3

2) En déduire que A est inversible puis déterminer son inverse

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

S: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 4x - 12z = -8 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$

Exercice 5

Soit A=$\begin{pmatrix} 8 & 5 & 9 \\ 10 & 13 & 6 \\ 14 & 11 & 10 \end{pmatrix}$

1)Montrer que A est inversible puis déterminer son inverse

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système

S: $\begin{cases} 8x + 5y + 9z = 297 \\ 10x + 13y + 6z = 399 \\ 14x + 11y + 10z = 473 \end{cases}$

3)Une usine fabrique chaque jour trois types de cartes d'ordinateur : le modèle A, le modèle B et le modèle C. pour chaque modèle, on utilise des puces électroniques de types P_1 , P_2 et P_3 avec la répartition suivante :

puce \ modèle	A	B	C
P1	8	5	9
P2	10	13	6
P3	14	11	10

a) A l'aide de la matrice A, calculer le nombre de puces de chaque modèle nécessaire pour fabriquer 5 cartes A, 17 cartes B et 12 cartes C.

b) Si on utilise 297 puces P_1, 399 puces P_2 et 473 puces P_3. On note x, y et z les nombres respectifs de cartes A, B et C fabriquées.

Déterminer x, y et z en utilisant la matrice A^{-1}.