Mathématiques http://afimath.jimdo.com/	NOMBRES COMPLEXES	Class : 4éme inf Prof AFIF BEN ISMAIL

La vie n'est pas complexe mais elle a une partie réelle et une partie imaginaire.

Exercice 1 (QCM)

1) Quelle est la partie réelle du nombre complexe $z = (2 + i)^2$?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

2) Quelle est la partie imaginaire du nombre complexe $z = (1 - i)^2$

a) -2 b) -1 c) 0 d) -2i

3) Le module du nombre complexe $z = 4 + 3i$ est égal à

a) 7 b) $\sqrt{7}$ c) 5 d) 25

4) Si $z = 2 - 5i$ alors

a) $\bar{z} = -2 - 5i$ b) $\bar{z} = 2 + 5i$ c) $\bar{z} = -2 + 5i$

5) Dans $\mathbb{C}$, l'ensemble des solutions de l'équation $z^2 + z + 1 = 0$ est

a) $\emptyset$ b) $\left\{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ c) $\left\{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

6) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$

L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z+1}{z-1}$ est imaginaire pur est

a) Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point d'affixe 1

b) L'axe des imaginaires purs privé du point d'affixe 1.

c) L'axe des réels privé du point d'affixe 1.

7) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$

L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z+1}{z-1}$ est réel est :

a) Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point d'affixe 1

b) L'axe des imaginaires purs privé du point d'affixe 1.

c) L'axe des réels privé du point d'affixe 1.

Exercice 2

1) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $z = \frac{(2+i)(1-i)}{1+i}$.

2) Soit f l'application de C – {-1} dans C définie par $f(z) = \dfrac{z}{z+1}$.

a)Calculer, sous forme algébrique f(i) ; f(– i) ; f(–1+i) .

b) Résoudre dans C l'équation f(z) = i et écrire la solution sous forme algébrique

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes

1) $z^2 + 2z + 3 = 0$; 2) $2z^2 + z + 1 = 0$; 3) $z^2 + 4 = 0$; 4) $25z^2 - 30z + 9 = 0$.

Exercice 4

1) Montrer que tout nombre complexe z vérifie la relation :

$$8z^4 + 8z^3 - z - 1 = (z+1)(2z-1)(4z^2+2z+1).$$

2) En utilisant ce résultat, résoudre dans C, l'équation $8z^4 + 8z^3 - z - 1 = 0$.

Exercice 5

Le plan complexe (P) est rapporté au repère orthonormal $(O\,;\vec{u},\vec{v})$.

Soit (D) l'ensemble des points M de (P) d'affixe z vérifiant :

$|z-3i| = |z+2-i|$ (1)

1. En écrivant $z = x + i\,y$, montrer par le calcul que (D) est une droite dont on donnera une équation.

2. On se propose dans cette question de vérifier le résultat du 1.

Soit A le point d'affixe $3i$ et B le point d'affixe $-2+i$.

a) Placer A et B dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.

b) En interprétant géométriquement la relation (1) à l'aide des points A et B, redémontrer que (D) est une droite. Tracer (D).

c) Retrouver alors par le calcul l'équation de (D) obtenue au **1.**

Exercice 6

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique : 2 cm.

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 + 2\sqrt{2}z + 6 = 0$.

On appelle z_B la solution de cette équation dont la partie imaginaire est positive.

2) On désigne par A le point d'affixe $z_A = 2 + i\sqrt{2}$.

Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.

3) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon $\sqrt{6}$.

Exercice 7

On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$

1) Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet deux solutions imaginaires

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

3) Placer dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = i\sqrt{3}$, $z_B = -i\sqrt{3}$, $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ et $z_D = \overline{z_c}$

Montrer que ces quatre points appartiennent à un même cercle de centre I d'affixe 3.

Exercice 8

Le plan complexe P étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$; On considère deux points M et M' d'affixes respectives z et z' tel que: $z' = iz - i$.

1) Soit A le point d'affixe 1.

a)Montrer que $|z'| = |z-1|$

b) Déduire l'ensemble des points M(z) pour que OM'=2.

Construire cet ensemble.

2) Résoudre, dans C, l'équation(E): $z^3+8=0$

3) Montrer qu'un nombre complexe z est solution de (E) si et seulement si z' est solution de l'équation (E') : $z^3+3iz^2-3z-9i=0$.

4) Déduire alors les solutions de l'équation (E').

Exercice 9

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

On désigne par A et B les points d'affixes respectives $-i$ et $2i$. de P distincts de A. à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = i\left(\frac{z-2i}{z+i}\right)$.

1) a)Pour z=i donner la forme algébrique de z'

b) Pour $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ donner la forme algébrique de z'

c) Déterminer le point M de P tel que M'= O, avec O le point d'affixe 0.

d) Déterminer le point M de P tel que M'= N, où N est le point d'affixe $2 - i$.

2) Déterminer et construire :

a)L'ensemble (E) des points M de P dont les images ont pour affixe un nombre imaginaire pur.

b) L'ensemble (F) des points M de P dont les images ont pour affixe un nombre réel

c)L'ensemble (G) des points M de P dont les images appartiennent au cercle de centre 0 et de rayon 1.