Exercice 1 :

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un cercle C de centre O et de rayon R et une droite D ne coupant pas C. Soit A un point de D.

A tout point M de C, on associe le point M' tel que AMM' soit un triangle équilatéral direct

1/ A étant fixe, montrer que l'ensemble des points M' lorsque M décrit C est un cercle C' dont on précisera le centre O' et le rayon.

2/ Déterminer l'ensemble des point O', lorsque A décrit D.

Exercice 2 :

Soit ABCD un carré direct de centre O

1) Déterminer les droites Δ_1 et Δ'_1 tel que :

$$R_{(A,\frac{\pi}{2})} = S_{\Delta'1} \circ S_{(AB)} = S_{(AB)} \circ S_{\Delta 1}$$

2) Déterminer les droites Δ_2 et Δ'_2 tel que

$$t_{\overrightarrow{AC}} = S_{\Delta'2} \circ S_{(BD)} = S_{(BD)} \circ S_{\Delta 2}$$

3) Déterminer les droites Δ_3 et Δ'_3 tel que

$S_0 = S_{\Delta'3} \circ S_{(AC)} = S_{(AC)} \circ S_{\Delta 3}$

Exercice 3 :

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j})$

On considère l'application : $f : P \longrightarrow P$

$$M(x, y) \longmapsto M'(x', y') \text{ tel que } \begin{cases} x' = -y + 1 \\ y' = x + 1 \end{cases}$$

1) Montrer que f est une isométrie du plan.
2) Montrer que f admet un seul point invariant.
3) En déduire la nature de f
4) On pose O' = f (0)
   a) Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IO'})$
   b) En déduire les éléments caractéristique de f.

Exercice 4 :

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j})$

On considère l'application : $f : P \longrightarrow P$

$$M(x, y) \longmapsto M'(x', y') \text{ tel que } \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \end{cases}$$

1) Montrer que f est une isométrie du plan.
2) Montrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite que l'on précisera.
3) En déduire la nature de f.

Exercice 5 :

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j})$

Soit f l'application de plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -iz + 2i$

1) Montrer que f est une isométrie.
2) Montrer que f admet un seul point invariant et en déduire sa nature.

Imprimer la Serie

Exercice 6 :

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère deux droites D et D’ sécantes en O.
1) Soit φ une isométrie qui fixe O et transforme D en D’
Le cercle C de centre O et de rayon 1 coupe D en A et B et D’en C et D.
a) Montrer que φ (A) = C ou φ (A) = D
b) En déduire toutes les isométries φ.
2) Soit f une isométrie du plan , on pose O’ = f (O)
a) Montrer que f transforme D en D’ si et seulement si $t_{\overrightarrow{O'O}}$ o f transforme D en D’ et laisse invariant le point O.
b) En déduire l’ensemble des isométries qui transforment D en D’

Exercice 7 :

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un rectangle ABCD tel que :
$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ et AB = 2 AD.
On construit un rectangle BEFG tel que : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{BC}$
On désigne par I et J les centres respectifs des rectangles ABCD et BEFG.
Soit f une isométrie qui transforme ABCD en BEFG et qui conserve les mesures des angles orientés.
1) Montrer que : f (I) = J
2) Montrer que l’image de segment $[BC]$ par f est le segment $[BE]$ ou le segment $[GF]$
3) En déduire que f est une rotation d’angle $\frac{\pi}{2}$ soit une rotation d’angle $-\frac{\pi}{2}$.
4) a) Dans le cas ou f est une rotation d’angle $\frac{\pi}{2}$, déterminer son centre O.
b) Déterminer alors les images de A et D par f.
5) a) Dans le cas ou f est une rotation d’angle $-\frac{\pi}{2}$, déterminer son centre O’.
b) Déterminer alors les images de A et D par f.
c) Montrer que IO’JO est un carré direct.

Exercice 8 :

Soit ABC un triangle équilatéral direct et Γ son cercle circonscrit. La médiatrice du segment $[BC]$ coupe Γ en A et D, les droites (BD) et (AC) se coupent au point A’
1) Donner une mesure de l’angle orienté $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB})$ puis déterminer la nature et les élément caractéristiques de $S_{(BD)} \circ S_{(DC)}$
2) Caractériser $S_{(CA)} \circ S_{(AB)}$
3) a) Soit Δ la parallèle à la droite (DC) passant par A.
Montrer que : $S_{(BD)} \circ S_{(DC)} = S_{(DC)} \circ S_{(DA)}$ et $S_{(CA)} \circ S_{(AB)} = S_{(DA)} \circ S_{\Delta}$
b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l’application
$t = S_{(BD)} \circ S_{(DC)} \circ S_{(CA)} \circ S_{(AB)}$

Exercice 9 :

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un triangle ABC tel que :

AB = AC et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$

Soit I, J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.On désigne par r la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et par t la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Et on pose : f = r o t et g = t o r

1) a) Déterminer f (K) et g (J)

b) Préciser la nature et les éléments caractéristique de f et g.

2) a) Caractériser $g \circ f^{-1}$

b) Soit M un point de plan, $M_1 = f(M)$ et $M_2 = g(M)$

Quelle est la nature de ACM_2M_1

Exercice 10 :

Soit ABCD un carré direct et I, J, K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$

1) On pose $f = S_{(IK)} \circ r(A, \frac{\pi}{2})$

a) Déterminer f (A) et f (B)

b) En déduire que f est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

2) On pose $g = r(A, \frac{\pi}{2}) \circ S_{(IK)}$

a) Déterminer g (A) et g (B)

b) En déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

3) Caractériser : $S_{(IK)} \circ r(A, -\frac{\pi}{2})$ et $g \circ f$

a) Déterminer $g \circ f(B)$

b) Soit E le point d'intersection des droites (BC) et (IL) Déterminer $f \circ g(E)$

c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $f \circ g$.

Exercice 11 :

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un trapèze isocèle ABCD, de grande base $[AB]$, H et K les projetés orthogonaux respectifs de D et C sur le segment $[AB]$, I et J les milieux respectifs des segments$[AK]$ et$[AB]$, on désigne par Δ la médiatrice du segment$[AB]$ et Δ' la médiatrice du segment$[AK]$

1) a) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH}$

b) En déduire que $t_{\overrightarrow{AH}} = S_\Delta \circ S_{\Delta'}$

2) On pose $f = S_\Delta \circ t_{\overrightarrow{AD}}$

Déterminer la nature et la forme réduite de f.

Imprimer la Serie

Exercice 12

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$. On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AB]$.

Soit r / r_1 et r_2 les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs I, A et C.

1) Caractériser $S_{(IA)} \circ S_{(AB)}$
2) Déterminer (A) et en déduire la droite Δ tel que $r = S_{\Delta} \circ S_{(IA)}$
3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f = r \circ r_1$
4) Déterminer $r_2 \circ r_1$ (B) et caractériser $r_2 \circ r_1$
5) Soit C et C' les cercles passants par A et de centres respectifs B et C.

A tout point M de C on associe le point M' de C' tel que $(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CM'}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$.

a) Montrer que la médiatrice du segment $[MM']$ passe par un point fixe que l'on précisera.
b) Soit M'' = r_2 (M')
Montrer que M et M'' sont symétriques par rapport à I.