Déplacements et antidéplacements

Exercice 1 :

Dans le plan orienté, on donne un triangle ABC équilatéral de sens indirect.

On désigne par R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{6}$ et par R' la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

On pose $f = R' o R$.

1. a. Déterminer f(A) et prouver que f est une rotation.

b. Construire le centre Ω de f.

c. Caractériser l'application fof.

2. a. On pose f(B) = E, montrer que (EC) est la médiatrice du segment [AB].

b. On pose R(B) = F, montrer que (ΩF) est la médiatrice du segment [EB].

3. La perpendiculaire à (BC) passant par E coupe la droite (ΩA) en C'.

a. Montrer que f(C)= C'.

b. En déduire que Ω est le milieu du segment [AC'].

4. On désigne par (C) le cercle de diamètre [BE]. On pose E' = $t_{\overrightarrow{BC}}(A)$.

a. Montrer que f(C) est le cercle de diamètre [EE'].

b. On pose I = E$*$C, montrer que le triangle IEE' est rectangle en I.

Exercice 2 :

Dans le plan orienté, on donne un triangle ABC rectangle de sens direct et tel que AC = 2AB.

1. Faire une figure et construire le point I milieu du segment [AC] et J milieu du segment [AB].

2. a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g qui envoie I sur A et A sur B.

b. Montrer que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

3. a. Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur I et B sur C.

b. Montrer que f est une rotation, préciser son angle et construire son centre Ω.

4. Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$, on pose h = foR^{-1}.

a. Déterminer h(A) puis caractériser l'application h.

b. En déduire que $h = t_{\overrightarrow{AI}} oR$.

5. On pose E = R(I) et on désigne par F le point tel que AEFI est un carré.

a. Déterminer fof(A).

b. En déduire que $\Omega = A * F$.

6. Le cercle de centre C et passant par Ω recoupe le cercle de diamètre [BC] en M. On pose N = S_C(M)

a. Montrer que f((MB)) = (MC).

b En déduire que f(M) = N.

c. Montrer que (ΩC) et (MN) sont perpendiculaires et (ΩN) et (BC) sont parallèles.