Série Un : Limites et Continuité	Proposée par : afif ben ismail
Niveau : 4 Année Sciences Exp	Année Scolaire : 2009-2010

Premier Exercice

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-x^2+3}{1+x-x^2}$	$\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x\quad 7}\quad 3}{\sqrt{x+2}-2}$
$\lim\limits_{x\to1}\frac{2-x+\quad ^2}{1+x-2x^2}$	$\lim\limits_{x\to a}\frac{ax^n-xa^n}{x-a};\left((a,n)\in\mathbb{R}\times\mathbb{N}^*\right)$
$\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3x}}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x^n}\left[\frac{1}{1-x}-\sum_{k=0}^{n}x^k\right];n\geq1$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-2x\right)$	$\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\frac{2\pi x}{3x-2}\right)$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos\sqrt{\quad}-1}{x-1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-3x+1\right)$	$\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}+\sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2-9}}$
$\lim\limits_{x\to3}\frac{x\quad 3}{\sqrt{x+6}-3}$	$\lim\limits_{x\to0}x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}}-2\right)$
$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{4+\sin x}-2}{x}$	

Deuxième Exercice

Calculer les limites suivantes quand elles existent :

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan}{\cos(2x)}$	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\cos(x)\quad 1}{4\sin^2(x)-3}$
$\lim\limits_{x\to\pi}\left(\frac{2}{\sin 2(x)}-\frac{1}{\tan(x)}\right)$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin(3x)}{\sqrt{1-\cos(3x)}}$
$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\tan x-1)\left(1-\tan\frac{x}{2}\right)$	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x\quad\cos^2x}{\sin x+\cos^2x-1}$
$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)\tan x$	$\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{2(1-\cos x)}-\frac{1}{\sin^2x}\right)$
$\lim\limits_{x\to a}\left(x^2-x^2\right)\tan\frac{\pi x}{2a};a\neq0$	$\lim\limits_{x\to+\infty}x\sin\frac{1}{x}$

Troisième Exercice

On considère la fonction f définie sur $[2,+\infty[$ par $f(x)=\frac{3x-\sin x}{x-1}$.

Montrer que pour tous $x\geq2$, $\lvert f(x)-3\rvert\leq\frac{4}{x-1}$. En déduire la limite de f en $+\infty$

Quatrième Exercice

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{2}{2-\cos x}$.

1- Montrer que pour tous réel x , $\dfrac{1}{3}\leq f(x)\leq 1$.

2- En déduire alors les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x(2-\cos x)}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+1}{(2-\cos x)}$ et

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2(2-\cos x)}$

Cinquième Exercice

1- Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3x+2\sin x$

a- Montrer que pour tous réel x , $3x-2\leq f(x)\leq 3x+2$.

b- En déduire alors : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2- On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{f(x)} & si\ x\neq 0\\ \dfrac{1}{5} & si\ x=0\end{cases}$

a- Montrer que g est continue en 0.

b- Montrer que pour tout $x\in\left]\dfrac{2}{3},+\infty\right[$ on a : $\dfrac{x}{3x+2}\leq g(x)\leq\dfrac{x}{3x-2}$

c- En déduire alors : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

Sixième Exercice

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

1- $\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^2-1}{|x-1|} & si\ x\neq 1\\ f(1)=2\end{cases}$.

2- $\begin{cases}f(x)=-1-x & si\ x\leq -1\\ f(x)=\sqrt{1-x^2} & si\ -1<x<1\\ f(x)=x-1 & si\ x\geq 1\end{cases}$

BON TRAVAIL !