Exercice n°1

Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$ on appelle A et B les points d'affixes respectives 2 et −2. À tout point M d'affixe z, z différent de 2, on associe le point N d'affixe $\bar{z}$ et M' d'affixe z' tel que $z'=\dfrac{2z-4}{\bar{z}-2}$.

1. Calculer z' et $|z'|$ lorsque $z = 5$ puis lorsque $z = 1 + i$.
2. a. Interpréter géométriquement $|z-2|$ et $|\bar{z}-2|$.
b. Montrer que, pour tout z distinct de 2, $|z'|=2$. En déduire la position de M'.
3. Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z ($z \neq 2$) tels que $M' = B$.
4. On note $z_{\overrightarrow{AM}}$ et $z_{\overrightarrow{BM}}$ les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$. Montrer que, pour tout point M distinct de A et n'appartenant pas E , le quotient $\dfrac{z_{\overrightarrow{AM}}}{z_{\overrightarrow{BM'}}}$ est un nombre réel. Interpréter géométriquement ce résultat.
5. Un point M distinct de A, n'appartenant pas E , étant donné, proposer une méthode géométrique pour construire le point M'.

Exercice n°2

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) (unité graphique : 1 cm).
Soient A, B et I les points d'affixes respectives 1 + i, 3 - i et 2.
À tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = z^2 - 4z$. Le point M' est appelé l'image de M.

1. Faire une figure et compléter cette figure tout au long de l'exercice.
2. Calculer les affixes des points A' et B', images respectives des points A et B. Que remarque-t-on ?
3. Déterminer les points qui ont pour image le point d'affixe -5.
4. a. Vérifier que pour tout nombre complexe z, on a : $z' + 4 = (z - 2)^2$.
   b. En déduire une relation entre $|z' +4|$ et $|z - 2|$ et, lorsque z est différent de 2

Exercice n°3

1. Soit z un complexe différent de i. on pose $f(z)=z'=\dfrac{2z-i}{iz+1}$ on pose A(i) et B(-2i).
   a. On désigne par r le module de $z - i$. Interpréter géométriquement r
   b. Montrer que $(z' + 2i)(z - i)=1$.
   c. On désigne par r' le module de $z' + 2i$. Interpréter géométriquement r'
2. Soit (C) le cercle de centre A et de rayon 1. Montrer que si M appartient à (C), son image M' par f appartient à un cercle (C') de centre B dont on donnera le rayon.
3. Soit T le point d'affixe $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)i$ Calculer l'affixe de $\overrightarrow{AT}$; en déduire que T appartient au cercle (C)

Exercice n°4

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (O, $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$), unité graphique 2 cm, on considère les points A d'affixe $z_A = 1$ et B d'affixe $z_B = 3 + 2i$.
On appelle f l'application qui, à tout point M distinct de A et d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = \dfrac{z-1+2i}{z-1}$.

1. Calculer les affixes des points O' et B', images respectives des points O et B par f.
   Placer les points A, O', B' et B sur la figure
2. a Calculer, pour tout nombre complexe z différent de 1, le produit $(z' - 1)(z - 1)$.
   b En déduire que, pour tout point M distinct de A, on a : $AM \times AM' = 2$
   c Démontrer que, si M appartient au cercle (C) de centre A passant par O, alors M' appartient à un cercle (C '). En préciser le centre et le rayon. Construire (C) et (C ').

z un complexe différent de i.