Exercice n°1

Soit $z \in \mathbb{C}$ .A, M et M' les points d'affixes respectives 2, z et (1+i) z.
Déterminez l'ensemble des points M tel que

1. A, M et M' sont alignés
2. $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AM'}$ soient orthogonaux

Exercice n°2

A tout complexe $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ on associe $z' = \frac{z-1}{1-\overline{z}}$

1) Montrez que $|z'| = 1$
2) Montrez que $\frac{z'-1}{z-1}$ est réel et que $\frac{z'+1}{z-1}$ est imaginaire pur.

Exercice n°3

Le plan étant muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$
Déterminer les ensembles E, F, G des points M(z), d'affixe z tels que:

$M(z) \epsilon E \iff |(1-i)z+2i| = 2$; Interprétation géométrique ; équation cartésienne de E

$M(z) \epsilon F \iff |z-1| = |\overline{z}-1+2i|$; interprétation géométrique ; équation cartésienne de F

$M(z) \epsilon G \iff : \left|\frac{z+1}{z-1+i\sqrt{3}}\right| = 1$; interprétation géométrique ; équation cartésienne de G

Exercice n°4

1. A) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2+9=0$
2. En déduire les solutions de l'équation $z^2-6z+18=0$
3. Ecrire les solutions sous la forme trigonométrique
   a. le plan complexe rapporté à un repère orthonormé$(O,\vec{U},\vec{V})$,
      on désigne par A,B ,M et M' les points d'affixes -1,3i , 2-i , à tout point M(z) on associe le point M' (z') tel que $z' = \frac{i(z-3i)}{z+1}$ ($z \neq -1$)
   b. Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle.
   c. Déterminer l'affixe de C' image de C
   d. Calculer z lorsque z'=1+i
   e. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation z ' = z
   f. Montrer que $\frac{BM}{AM} = OM$ .En déduire que si M décrit la médiatrice [AB], alors M' décrit un cercle que l'on précisera
4. Montrer que $\left(\vec{U},\overrightarrow{OM}\right) \equiv \frac{\pi}{2} + \left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)[2\pi]$
5. En déduire si M' décrit l'axe des abscisses strictement positif alors M décrit un cercle que l'on précisera

Exercice n°5

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation$(z-1)^2+9=0$.
2. Soit z un nombre complexe et on pose $Z=(1+i-\overline{z})(z+3i-1)$
   a. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Z=0
   b. Calculer Z pour z=-1+i et pour z=1-2i
   c. On pose z=x+i y avec x et y deux réels. vérifier que $Re(Z) = -x^2-y^2+2x-4y-4$
   d. En déduire l'ensemble des points M(z) tel que Z est un imaginaire
3. Déterminer l'ensembleΔ des points M(z) tel que $|1+i-\overline{z}| = |z+3i-1|$
4. Déterminer l'ensembleΔ des points M(z) tel que $|(1+i)z+2| = \sqrt{2}|z+3i-1|$

Exercice n°6

Plan muni du repère orthonormé $(O , \vec{u} , \vec{v})$ d'unités 4 cm

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, Soient A le point d'affixe $z_A = -\boldsymbol{i}$ et B d'affixe $z_B = -2\boldsymbol{i}$

On appelle f l'application qui, à tout point d'affixe z, M distinct de A, associe le point M' d'affixe z' défini par

$$z' = \frac{\boldsymbol{i}z - 2}{z + \boldsymbol{i}}$$

1°) Démontrer que si z est un imaginaire pur, $z \neq -\boldsymbol{i}$, alors z' est imaginaire pur

2°) Déterminer les points invariants de f

3°) Calculer $| z' - \boldsymbol{i} | \times | z + \boldsymbol{i} |$

Montrer que si M est sur le cercle de centre A et de rayon 2, M' est sur un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

4°) a) Développer $(z + \boldsymbol{i})^2$ puis factoriser $z^2 + 2\boldsymbol{i}z - 2$

b) Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que M ' soit le symétrique de M par Rapport à O

5°) Déterminer et représenter l'ensemble E des points M, tels que le module de z' soit égal à 1

Exercice n°7

Mettre sous forme trigonométriques les nombres complexes suivants : avec $\theta \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

a) $\sin\theta + i\cos\theta$; b) $\sin\theta - i\cos\theta$; c) $1 + i\,tg\theta$

d) $\dfrac{\cos\theta + i\sin\theta}{\cos\theta - i\sin\theta}$; e) $\dfrac{1}{1 + i\,tg\theta}$