

Exercice n°1

Pour chacune des questions, une seule des trois propositions est exacte. Justifiez.

Dans tout l'exercice, le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Le point M est situé sur le cercle de centre $A(-2 ; 5)$ et de rayon $\sqrt{3}$. Son affixe z vérifie :

a. $|z-2+5i|^2 = 3$; b. $|z+2-5i|^2 = 3$; c. $|z-2+5i| = 3$.

2. On considère trois points A, B et C d'affixes respectives a, b et c , deux à deux distincts et tels que le triangle ABC n'est pas équilatéral. Le point M est un point dont l'affixe z est telle que les nombres complexes $\frac{z-b}{c-a}$ et $\frac{z-c}{b-a}$ sont imaginaires purs.

- a. M est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ;
b. M appartient aux cercles de diamètres respectifs $[AC]$ et $[AD]$;
c. M est l'orthocentre du triangle ABC .

Exercice n°2

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O .

1. Une solution de l'équation $2z + \bar{z} = 9 + i$ est :

a. 3 b. i c. $3 + i$

2. Soit z un nombre complexe ; $|z+i|$ est égal à :

a. $|z|+1$ b. $|z-1|$ c. $|\bar{z}+1|$

3. Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ . Un argument de $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ est :

a. $-\frac{\pi}{3} + \theta$ b. $\frac{2\pi}{3} + \theta$ c. $\frac{2\pi}{3} - \theta$

4. Soit n un entier naturel. Le complexe $(\sqrt{3} + i)^n$ est un imaginaire pur si et seulement si :

a. $n = 3$ b. $n = 6k + 3$, avec k relatif c. $n = 6k$ avec k relatif

5. Soient A et B deux points d'affixe respective i et -1 . L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z-i| = |z+1|$ est :

a. la droite (AB) b. le cercle de diamètre $[AB]$ c. la droite perpendiculaire à (AB) passant par O

6. Soit le point d'affixe $1-i$.

L'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ vérifiant $|z-1+i| = |3-4i|$ a pour équation :

a. $y = -x + 1$ b. $(x-1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$ c. $z = 1-i + 5ie^{i\theta}$ avec θ réel

7. Soient A et B les points d'affixes respectives 4 et $3i$. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle avec $(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$ est :

a. $1-4i$ b. $-3i$ c. $7+4i$

8. L'ensemble des solutions dans \mathbb{C} de l'équation $\frac{z-2}{z-1} = z$ est :

a. $\{1-i\}$ b. L'ensemble vide c. $\{1-i; 1+i\}$

Exercice 3

Pour chaque question, une seule des 4 propositions est exacte. Vous devez cocher la case correspondante. Aucune justification n'est demandée.

1. Soit $z \in \mathbb{C}$ vérifiant $\bar{z} + |z| = 6 + 2i$. L'écriture algébrique de z est :

$\frac{8}{3} - 2i$ $-\frac{8}{3} - 2i$ $\frac{8}{3} + 2i$ $-\frac{8}{3} + 2i$

2. Dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ vérifiant $|z-1| = |z+i|$ est la droite d'équation :

$y = x - 1$

$y = -x$

$y = -x + 1$

$y = x$

3. Soit n un entier naturel. Le nombre $(1+i\sqrt{3})^n$ est réel si et seulement si, n s'écrit sous la forme (avec k un entier naturel) :

$3k + 1$

$3k + 2$

$3k$

$6k$

4. Soit l'équation (E) : $z = \frac{6-z}{3-z}$ ($z \in \mathbb{C}$). une solution de (E) est :

$-2 - i\sqrt{2}$

$2 + i\sqrt{2}$

$1 - i$

$-1 - i$

5. Soit deux points A et B d'affixes respectifs $z_A = i$ et $z_B = \sqrt{3}$ dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

L'affixe z_C du point C tel que ABC soit un triangle équilatéral avec $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$ est :

$-i$

$2i$

$\sqrt{3} + i$

$\sqrt{3} + 2i$

6. Dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ vérifiant la relation

$$\arg\left(\frac{z+2}{z-2i}\right) = \frac{\pi}{2}$$
 est inclus dans :

la droite d'équation $y = -x$

Le cercle de centre $I(1; 1)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$

la droite d'équation $y = x$

Le cercle de diamètre $[AB]$, A et B étant les points d'affixes respectives $z_A = -2$ et $z_B = 2i$.